ENTWICKLUNG VON HII-REGIONEN

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Endrik Krügel
aus Mocker, Oberschlesien

Göttingen 1974

ENTWICKLUNG VON HII-REGIONEN

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Endrik Krügel
aus Mocker, Oberschlesien

Göttingen 1974

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

D 7

Referent: Prof. Dr. R. Kippenhahn

Korreferent: Dr. I. Appenzeller

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Februar 1974

Inhaltsverzeichnis

Einleitung 1

Kapitel I. Physikalische Bedingungen in einer HII-Region

§1. Kurze Charakterisierung einer HII-Region 4
§2. Der Rekombinationskoeffizient 5
§3. Der Strömgren-Radius 5
§4. Mittlere Photonenenergie und mittlere Absorptionskoeffizienten von H und He im Grundzustand 7
§5. Die Ionisationsfront 12
§6. Zeitskalen 14
§7. Die Rekombinationsstrahlung 15

Kapitel II. Mathematische Formulierung des Problems

§1. Annahmen 17
§2. Die Gleichungen der Gasdynamik 17
§3. Die Energiegleichung für die HII-Region 18
§4. Die Energiegleichung für die HI-Region 20
§5. Die Strahlungstransportgleichungen 21
§6. Die Ionisationsgleichungen 22
§7. Die numerische Lösung des DGL-Systems 24
§8. Die numerische Lösung des gasdynamischen Problems 25
§9. Die numerische Lösung der restlichen Gleichungen 28

Kapitel III. Stationäre HII-Regionen mit Helium und Staub 29

Kapitel IV. Dynamische Entwicklung staubfreier HII-Regionen 46

Kapitel V. Dynamische Entwicklung staubgefüllter HII-Regionen 56

Erläuterung der Zeichen 66

Literaturverzeichnis 68

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41534921_0083

Einleitung

Als HII-Regionen bezeichnet man jene Gebiete der interstellaren Materie, wo der Wasserstoff fast vollständig durch die Lyman-Strahlung eines oder mehrerer heißer Sterne ionisiert ist. Sie markieren den Verlauf der Spiralarme unserer Milchstraße und weisen wegen der kurzen Lebensdauer heißer Sterne auf Orte hin, wo noch Sterne entstehen. Der enge Zusammenhang zwischen Sternentstehung und HII-Regionen wurde besonders deutlich, als man die Beobachtungen auf das Infrarot- und Radiogebiet ausdehnte.

Im Optischen ist es im allgemeinen nicht möglich, die Struktur des ionisierten Gases zu bestimmen, da Dunkelwolken weite Teile des Nebels verdecken und das Licht der anregenden Sterne oft vollständig vom Staub absorbiert wird. Außerdem ist man wegen der interstellaren Extinktion auf die Sonnenumgebung beschränkt. Die Radiobeobachtungen erlauben es, HII-Regionen überall in der galaktischen Scheibe und im Zentrum zu untersuchen. Die Radioisophoten zeigen nun den wahren Verlauf der Flächenhelligkeit. Interferometeraufnahmen mit einer Auflösung von nur wenigen Bogensekunden enthüllen bei den nahen HII-Regionen eine Fülle struktureller Einzelheiten, deren Lineardimensionen weniger als 0,1pc betragen.

Entscheidend war die Entdeckung kompakter HII-Regionen mit Wasserstoffdichten bis $2 \cdot 10^5$ cm^{-3} (1), die in ein dünnes ionisiertes Medium eingebettet sind. Bei feinster Auflösung zerfallen sie oft wieder in kleinere Komponenten. In der Nähe dieser kompakten Quellen entdeckte man unauflösbare Radiomaser, für die die Theorie Neutralgasdichten von $n \geq 10^6$ cm^{-3} fordert.

Infrarotmessungen von HII-Regionen ergaben eine erstaunliche Übereinstimmung mit den Radioisophoten. Als Ursprung der Infrarot-Strahlung nimmt man Staub an, der in dem ionisierten Gas eingeschlossen ist und durch die kurzwellige Sternstrahlung aufgeheizt wird. Dies unterstreicht die Bedeutung

des Staubes. Außerdem beobachtet man punktförmige Infrarot-Quellen, die sich nicht im Radiobereich zu erkennen geben und die als Protosterne gedeutet werden können. Die Infrarotgebiete liegen oft in derselben Richtung, aus der Molekülemission beobachtet wird, die aus dichten, massereichen Wolken ($\sim 10^3 M_\odot$) stammt. Das beste Beispiel ist der Orion-Nebel (2). Bisher steht man am Anfang, die Beobachtungen durch theoretische Modelle zu erklären.

In der vorliegenden Arbeit werden drei Probleme angegriffen: Beim ersten handelt es sich um die Häufigkeitsbestimmung von Helium aus Radiorekombinationslinien. Die Bedeutung der Methode liegt darin, daß sie überall in der Milchstraße angewandt werden kann, wo sich helle HII-Regionen befinden. Voraussetzung dazu ist, das gewichtete Verhältnis R des Volumens der HeII- zur HII-Region zu kennen, das zuerst von Rubin (3) für staubfreie Nebel konstanter Dichte bestimmt wurde. Mathis (4) berechnete die vollständige Ionisationsstruktur des Wasserstoffs und Heliums mit isotrop streuendem Staub für konstante Dichten. Das ist wohl die zur Zeit gründlichste Behandlung des Strahlungstransportproblems in einer HII-Region. Bei Anwesenheit von Staub spielt gerade die Dichteverteilung im Nebel eine große Rolle. Deshalb wurde in dieser Arbeit die Struktur der HII-Region für eine Reihe auch nicht homogener Dichten errechnet, zur Vereinfachung aber angenommen, daß der Staub nur absorbiert, nicht streut. Die Modelle ergeben einen Zusammenhang zwischen dem IR-Exzess (5) und dem Verhältnis R, der Rückschlüsse auf die Absorptionseigenschaften des Staubes im Lyman-Kontinuum zuläßt.

Das zweite Problem befaßt sich mit der Entwicklung dichter, staubfreier HII-Regionen, um Aufschluß über ihre Expansion und inneren Bewegungen zu bekommen. Das numerische Verfahren gestattet es, das Lyman-Kontinuum in zwei Wellenlängenbereiche zu unterteilen, die Ionisation von Helium mit in die dynamischen Rechnungen einzubeziehen und zu berücksichtigen, daß die mittlere Photonenenergie und die Absorptions-

koeffizienten sich mit der Entfernung vom Stern ändern. Die Rechnungen wurden abgebrochen, wenn die HII-Region etwa homogen expandiert. Es zeigt sich, daß für kompakte HII-Gebiete ($n = 10^5\ cm^{-3}$) die Entwicklung sehr ähnlich verläuft wie für weniger dichte (6,7).

Drittens wird die Entwicklung einer staubgefüllten Protosternwolke um einen O6-Stern berechnet, wie sie von Davidson (8) qualitativ abgeschätzt worden ist. Die Gleichungen gestatten es, die Diffusion des Staubes durch das Gas zu verfolgen. Der Stern habe anfangs die Hauptreihe noch nicht erreicht und seine Oberfläche ist noch zu kühl, um das ihn umgebende Gas zu ionisieren. Schon in dieser Zeit wird der Staub aus dem Innern der Wolke durch Strahlungsdruck hinausgeblasen, und es bildet sich eine nach außen wandernde Staubfront, die das Gas mit Überschallgeschwindigkeit mit sich reißt. Die HII-Region, die entsteht, ist in der ersten Phase also staubfrei. Sie ist außerdem so kompakt ($n = 10^7\ cm^{-3}$), daß sie auch für Radiowellen optisch dick ist. Die Protosternwolke gibt sich daher dem Beobachter zunächst nur als IR-Quelle zu erkennen. Später dehnt sich die HII-Region aus, ihre mittlere Dichte sinkt, und sie wird auch im Radiobereich sichtbar. Um das expandierende HII-Gas liegt ein Gebiet geschockten Neutralgases, dem weiter außen die Staubfront vorauseilt. In der folgenden Entwicklung wird das HII-Gebiet die Staubfront einholen. Diese Rechnungen sind noch nicht abgeschlossen.

Kap.I Physikalische Bedingungen in einer HII-Region

§1 Kurze Charakterisierung einer HII-Region

Das interstellare Medium stellt man sich als ein Gemisch aus Gas und Staub vor, das stark zur galaktischen Ebene und zum galaktischen Zentrum konzentriert ist. Den Massenanteil des Staubes schätzt man auf 1%. Das Gas besteht überwiegend aus Wasserstoff. Helium hat eine relative Häufigkeit von etwa 10% und man nimmt an, daß die schweren Elemente mit derselben Häufigkeit vorhanden sind, mit der sie in den Atmosphären der Sterne der Population I beobachtet werden. Die mittlere Dichte des interstellaren Mediums liegt bei 10^{-24} g/cm^3, doch zeigt sie starke örtliche Schwankungen. In den Spiralarmen ist die interstellare Materie in Wolken zusammengeballt, wo die Dichte 100 Atome pro cm^3 überschreiten kann; das sind die Geburtsstätten neuer Sterne, und dort befinden sich auch die jungen galaktischen Haufen mit den heißen OB-Sternen, die das Gas in ihrer Umgebung ionisieren.

In einer HII-Region befindet sich Gas geringer Dichte ($n \leq 10^6$ cm^{-3}) unter dem Einfluß stark verdünnter Strahlung des anregenden Sterns. Es liegt also kein lokales thermodynamisches Gleichgewicht vor. Der Ionisationsgrad und die Besetzung der Energieniveaus eines Atoms können nicht aus der Saha- und Boltzmann-Formel berechnet, sondern müssen aus den Bedingungen des detaillierten Gleichgewichts gefunden werden.

Bei den geringen Dichten sind die Atome im Grundzustand. Deshalb kann H nur durch Photonen mit $h\nu \geq h\nu_1$ =13,6eV, entsprechend $\lambda \leq 912$A, ionisiert werden. Diesen Teil des Spektrums nennt man das Lyman-Kontinuum (Abk. Lyc). Neutrales Helium benötigt zur Ionisation Quanten mit $h\nu \geq h\nu_2$ =24,6eV und HeII solche mit $h\nu \geq h\nu_3$ =54,7eV. Die entsprechenden atomaren Absorptionskoeffizienten $\varkappa$ an den Lyman-Kanten liegen bei $5 \cdot 10^{-18}$ cm^2. Sei n(HI) die Teilchendichte der neutralen H-Atome, so wird Lyc-Strahlung längs eines Weges $s = 1/n(HI)\varkappa$ optisch dick. Für $n = 10^3$ cm^{-3} also schon nach $2 \cdot 10^{14}$ cm. Die Ausmaße der HII-Regionen sind aber um Zehnerpotenzen größer. Des-

halb muß das Gas innerhalb der HII-Region fast vollständig ionisiert sein, und der Übergang zum neutralen Gas muß sprunghaft erfolgen. Strömgren (9) gab dafür zuerst eine strenge Begründung.

§2 Der Rekombinationskoeffizient

Bezeichne A_i das i-fach ionisierte Atom des Elements A; $n(A_i)$ sei seine Dichte. Je Sekunde rekombinieren in $1cm^3$ $n_e n(A_{i+1}) \alpha_{k,A_i}$ Elektronen mit den Ionen A_{i+1} in das Energieniveau n=k. α_{k,A_i} heißt der Rekombinationskoeffizient. Dazu definiert man den vollständigen Rekombinationskoeffizienten

$$\alpha_{A_i}^{(2)} := \sum_{k=2}^{\infty} \alpha_{k,A_i}$$

$\alpha^{(2)}$ ist demnach der Koeffizient für Rekombinationen in alle Energieniveaus mit n≥2 und $\alpha_{1,He}$ derjenige für Rekombinationen in den Grundzustand des Heliums. Weiter ist $\alpha_A^{(1)} = \alpha_A^{(2)} + \alpha_{1,A}$

Die Koeffizienten α sind temperaturabhängig und für wasserstoffähnliche Atome bei Spitzer (10) tabelliert. Auch das He-Atom wird als wasserstoffähnlich angesehen. Demnach ist $\alpha_{k,H} = \alpha_{k,He}$ Genauere Rechnungen zeigen (11), daß der begangene Fehler unter 50% liegt.

In HII-Regionen mit einer Temperatur von 8000K ist

$$\alpha_H^{(1)} = 1{,}56 \cdot \alpha_H^{(2)} = 4.6 \cdot 10^{-13}$$

Bei einer Elektronendichte von $n = 1000cm^{-3}$ gibt es je Sekunde etwa $5 \cdot 10^{-7}$ Rekombinationen und Ionisationen, d.h. ein durch Strahlung abgetrenntes Elektron wird nach ungefähr 10^8 s wieder eingefangen.

§3 Der Strömgren-Radius

Der Radius R_{St} einer stationären, sphärisch symmetrischen HII-Region konstanter Dichte ohne Helium ergibt sich aus der Bedingung, daß im Gleichgewicht die Zahl der Rekombinationen den Photoionisationen die Waage halten muß. Ionisiert wird der Wasserstoff durch Lyc-Photonen L_* [Photonen s^{-1}] vom

Stern und die Quanten L_H^{diff} des diffusen Strahlungsfeldes der frei-gebundenen Elektronenübergänge in den Grundzustand des H-Atoms:

$$L_* + L_H^{diff} = \frac{4\pi}{3} R_{St}^3 n_e^2 \alpha_H^{(1)} = \frac{4\pi}{3} R_{St}^3 n_e^2 \left[\alpha_H^{(2)} + \alpha_{1,H}\right].$$

Da $L_H^{diff} = \frac{4\pi}{3} R_{St}^3 n_e^2 \alpha_{1,H}$ folgt

(1) $$R_{St} = \left[\frac{3 L_*}{4\pi n_e^2 \alpha_H^{(2)}}\right]^{1/3}$$

R_{St} heißt der Strömgren-Radius; er hängt stark von der Dichte ab. Kompakte HII-Regionen haben deshalb nur eine geringe Ausdehnung.

Noch schneller fällt die Masse M_{St} des ionisierten Gases mit der Dichte

(2) $$M_{St} = \frac{L_* m_p}{n_e \alpha_H^{(2)}}$$

m_p ist die Protonenmasse. Tab.1 gibt Beispiele für R_{St} und M_{St} bei verschiedenen Dichten und Lyc-Leuchtkräften.

n_e	Spek Typ	L_* [ph.s^{-1}]	R_{St} [pc]	$M_{St}/M_\odot$
10	O5	$5.56 \cdot 10^{49}$	24.5	15 000
10^5			1.1	150
10^5			0.053	1.5
10	O8	$4.9 \cdot 10^{48}$	10.9	1300
10^5			0.51	13
10^5			0.023	0.13
10	B0	$4.17 \cdot 10^{47}$	4.8	110
10^5			0.22	1.1
10^5			0.01	0.011

Tab. 1

§4 Mittlere Photonenenergie und mittlere Absorptionskoeffizienten von H und He im Grundzustand

Die Absorptionskoeffizienten (Abk. AK) von Wasserstoff und Helium im Grundzustand nehmen rasch mit der Frequenz ab. Dies führt dazu, daß mit wachsender Entfernung vom Stern die Stranlung härter wird. Für einige Modelle wurden deshalb an jeder Stelle der HII-Region die mittlere Photonenenergie und gemittelte AK von H und He berechnet. Das Lyc-Spektrum wird als Verbesserung zur grauen Näherung in zwei Bereiche geteilt: in FI von 504 bis 912A, d.h. von der Lyman-Kante des H bis zur Lyman-Kante des He, und in FII von 227 bis 504A. Bei 227A setzt die zweite Ionisationsstufe des He ein, die wegen des geringen Flusses vernachlässigt werden darf.

Die Lyc-Strahlung von Sternen frühen Spektraltyps weicht merklich von der Strahlung eines schwarzen Körpers ab. Die zur Zeit besten Flüsse im Lyman-Kontinuum sind bei Auer und Mihalas (12) als Eddington-Flüsse H_λ $[erg\ cm^{-2}s^{-1}Hz^{-1}]$ für verschiedene Temperaturen und Frequenzen tabelliert. Einen Vergleich mit der Planck-Kurve bei T=45000K zeigt Abb.1. Die H_λ sind dazu in die Dimension $[Photonen\ cm^{-2}s^{-1}Hz^{-1}]$ umgerechnet.

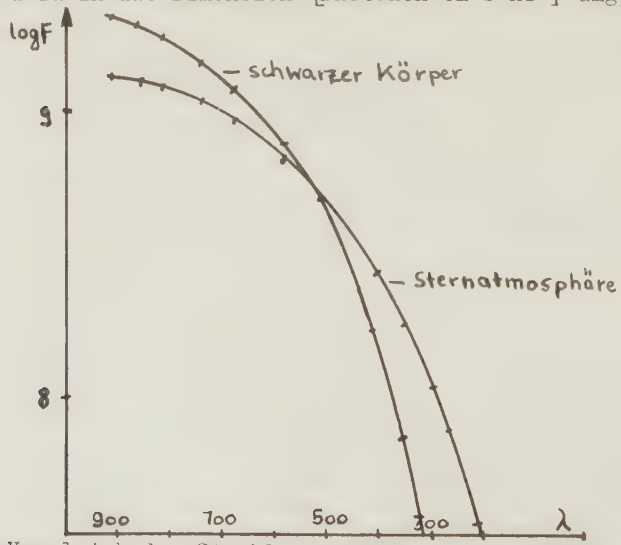


Abb.1 Vergleich der Strahlung eines schwarzen Körpers mit der einer Sternatmosphäre für T=45000K. Ordinate: Logarithmus des Flusses F in $[Ph.\ s^{-1}cm^{-2}Hz^{-1}]$, Abszisse: Wellenlänge λ in [Å]

Man sieht, daß in einer Sternatmosphäre der Fluß für $\lambda \leq 504$A wesentlich flacher abfällt, als beim schwarzen Körper.

Die Mittelwerte werden wie folgt definiert:

mittlerer AK für H im Grundzustand im Bereich FI

$$(3) \qquad \bar{\varkappa}_H = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} \varkappa(\nu; H)\, d\nu \Big/ F_H$$

mittlerer AK für He im Grundzustand im Bereich FII

$$(4) \qquad \bar{\varkappa}_{He} = \int_{\nu_2}^{\nu_3} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} \varkappa(\nu; He)\, d\nu \Big/ \bar{F}_{He}$$

mittlerer AK für H im Grundzustand im Bereich FII

$$(5) \qquad \bar{\varkappa}_H^{\lambda \leq 504} = \int_{\nu_2}^{\nu_3} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} \varkappa(\nu; H)\, d\nu \Big/ \bar{F}_{He}$$

mittlere Photonenenergie im Bereich FI

$$(6) \qquad \langle h\nu \rangle_H = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} h\nu\, \varkappa(\nu; H)\, d\nu \Big/ \bar{F}_H \bar{\varkappa}_H$$

mittlere Photonenenergie im Bereich FII

$$(7) \qquad \langle h\nu \rangle_{He} = \int_{\nu_2}^{\nu_3} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} h\nu\, \varkappa(\nu; H)\, d\nu \Big/ \bar{F}_{He} \bar{\varkappa}_H^{\lambda \leq 504}$$

$$\approx \int_{\nu_2}^{\nu_3} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} h\nu\, \varkappa(\nu; He)\, d\nu \Big/ \bar{F}_{He} \bar{\varkappa}_{He}$$

Dabei bedeuten

$$(8) \qquad F_H = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} d\nu \qquad\qquad \bar{F}_{He} = \int_{\nu_2}^{\nu_3} \bar{F}_\nu e^{-\bar{\tau}_\nu} d\nu$$

Als Argument von $\bar{\tau}_\nu$ wählt man die optische Tiefe an den Lyman-Kanten bei 504 bzw. 912A von He und H: $\bar{\tau}_{L,He}$ und $\bar{\tau}_{L,H}$. Bei Kenntnis der Ionisationsstruktur der HII-Region lassen sie sich leicht berechnen:

$$(9) \qquad \bar{\tau}_{L,H}(r) = \int_0^r n(H\bar{I})\, \bar{\varkappa}_H^{\lambda=912} dr'$$

$$(10) \qquad \bar{\tau}_{L,He}(r) = \int_0^r n(He\bar{I})\, \bar{\varkappa}_{He}^{\lambda=504} dr'$$

τ_ν schreibt sich damit

$$(11)\quad \tau_\nu(r) = \frac{\varkappa(\nu,H)}{\varkappa_{L,H}}\,\tau_{L,H} + \frac{\varkappa(\nu;He)}{\varkappa_{L,He}}\,\tau_{L,He}$$

$\varkappa(\nu;H)$ und $\varkappa(\nu;He)$ werden nach folgenden Forneln bestimmt:

$$(12)\quad \varkappa(\nu;H)=g(\nu)\cdot 2{,}82\cdot 10^{29}/\nu^3$$

$$(13)\quad \varkappa(\nu;He)=7{,}35\cdot 10^{-18}\,\exp\left[-0{,}73\left(\frac{\nu}{9{,}12\cdot 10^{-6}\cdot c}-1{,}808\right)\right]$$

und der Gaunt-Faktor $g(\nu)$ ist (13)

$$(14)\quad g(\nu) = 1 - 0{,}1728\cdot\sqrt[3]{\frac{\nu}{3{,}3\cdot 10^{15}}}\left[\frac{6{,}6\cdot 10^{15}}{\nu}-1\right]$$

Jetzt können mit den Formeln (3) bis (14) zu jedem gegebenen $\tau_{L,He}$ und $\tau_{L,H}$ die Mittelwerte für $\langle h\nu\rangle$ und $\varkappa$ berechnet werden.

Als Beispiel sind für T_{eff}=45000K des Zentralsterns einige Ergebnisse in den Abb. 2 bis 6 angeführt. Man sieht deutlich, wie mit zunehmender optischer Dicke die Absorptionskoeffizienten sinken und die mittleren Photonenenergien ansteigen, die Strahlung also härter wird. Dazu ist noch die effektive optische Dicke angegeben, definiert durch

$$(15)\quad e^{-\tau_{eff}} := \int_{\nu_1}^{\nu_2} F_\nu e^{-\tau_\nu}\,d\nu \Big/ \int_{\nu_1}^{\nu_2} F_\nu\,d\nu \qquad \text{bzw.}$$

$$(16)\quad e^{-\tau_{eff}} := \int_{\nu_2}^{\nu_3} F_\nu e^{-\tau_\nu}\,d\nu \Big/ \int_{\nu_2}^{\nu_3} F_\nu\,d\nu$$

Sie ist stets kleiner als $\tau_{L,He}$ oder $\tau_{L,H}$, da die wellenlängenabhängigen Absorptionskoeffizienten an den Lyman-Kanten am größten sind.

In den Fällen, wo in den numerischen Modellen die HII-Region als isotherm angenommen wird, sind $\varkappa_H$, $\varkappa_H^{\lambda c 504}$, $\varkappa_{He}$, $\langle h\nu\rangle_H$, $\langle h\nu\rangle_{He}$ konstant. Passende Werte werden in dem oben beschriebenen Verfahren berechnet.

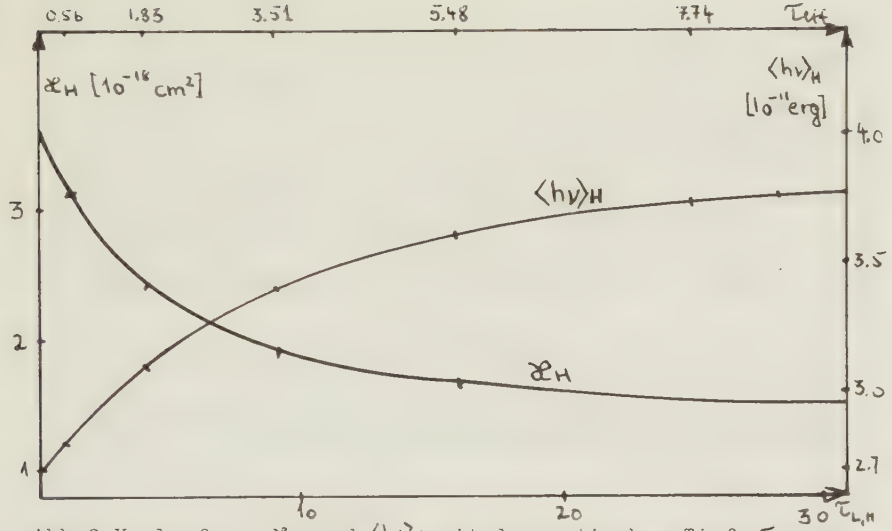


Abb.2 Verlauf von $\varkappa_H$ und $\langle h\nu\rangle_H$ mit der optischen Tiefe $\tau_{L,H}$ an der Lyman-Kante bei 912A für einen Zentralstern mit T_{eff} =45000K. Am oberen Rand ist τ_{eff} abgetragen. Definitionen stehen im Text.

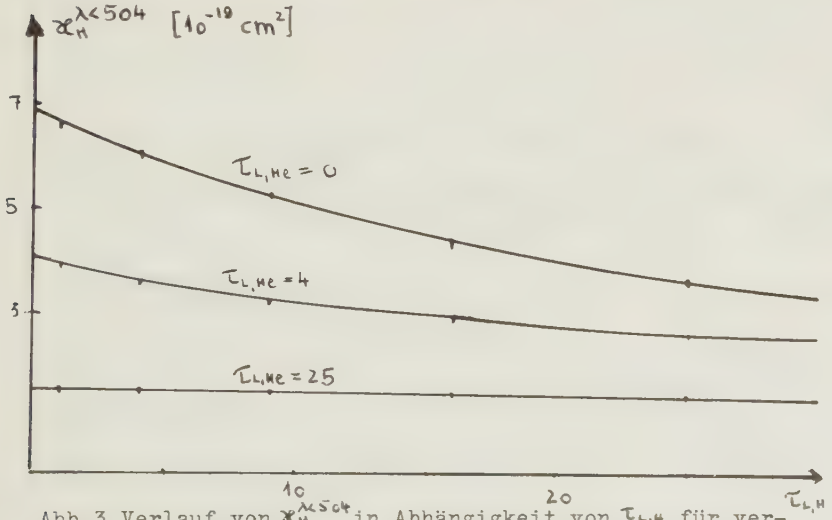


Abb.3 Verlauf von $\varkappa_H^{\lambda<504}$ in Abhängigkeit von $\tau_{L,H}$ für verschiedene $\tau_{L,He}$. Zentralsterntemperatur T_{eff} =45000K.

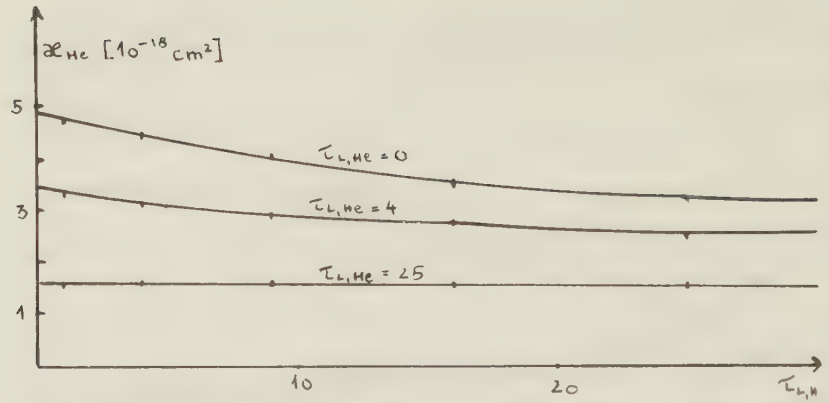


Abb.4 Verlauf von α_{He} in Abhängigkeit von $\tau_{L,H}$ für verschiedene $\tau_{L,He}$. Zentralsterntemperatur T_{eff} =45000K.

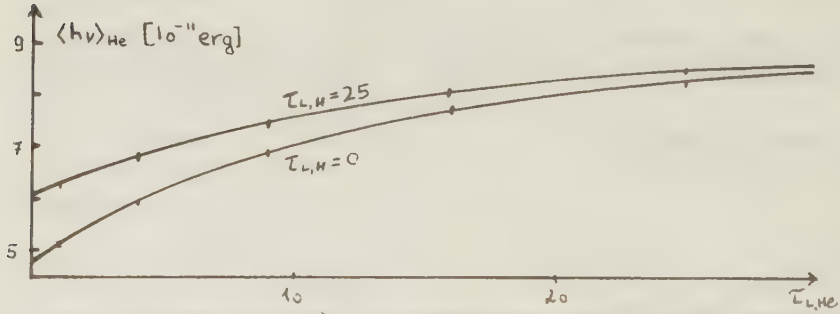


Abb.5 Verlauf von $\langle h\nu \rangle_{He}$ in Abhängigkeit von $\tau_{L,He}$ für verschiedene $\tau_{L,H}$. Zentralsterntemperatur T_{eff} =45000K.

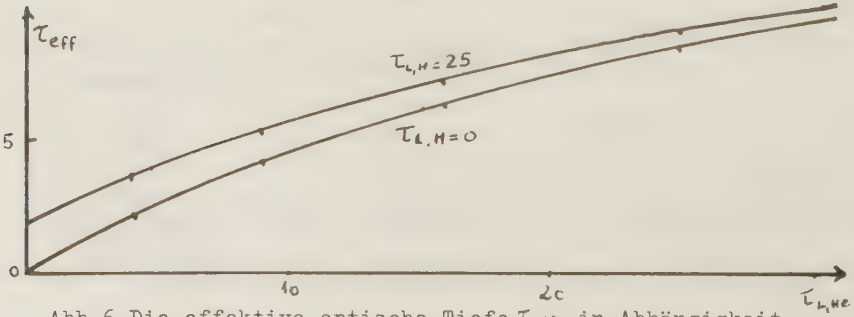


Abb.6 Die effektive optische Tiefe τ_{eff} in Abhängigkeit von $\tau_{L,He}$ für zwei verschiedene $\tau_{L,H}$. T_{eff}=45000K.

§5 Die Ionisationsfront

Wegen des hohen Absorptionsquerschnittes des neutralen Wasserstoffs besteht zwischen dem ionisierten und neutralen Gas eine scharfe Grenze, wo sich Temperatur und Ionisationsparameter unstetig ändern. Man spricht deshalb von einer Ionisationsfront (Abk. I-Front). Im folgenden werden einige Ergebnisse der von Kahn (14) entworfenen Theorie der I-Fronten zusammengestellt, soweit sie für die Interpretation der numerischen Ergebnisse nötig sind.

Das Gas bestehe aus reinem Wasserstoff, habe konstante Dichte und sei im HI- und HII-Gebiet isotherm. Je Sekunde fallen auf 1cm² der Front F ionisierende Lyc-Photonen. Für ein sich mit der I-Front bewegendes Koordinatensystem lauten dann die Randbedingungen:

(17) $\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 = F \cdot m_p$ (Massenerhaltung)

(18) $P_1 + \rho_1 u_1^2 = P_2 + \rho_2 u_2^2$ (Impulserhaltung)

Der Index 1 bezieht sich auf Punkte im neutralen Gas unmittelbar vor der Front, der Index 2 auf solche im ionisierten Gas hinter der Front. Die Zustandsgleichung lautet

(19) $P_i = \frac{k}{\mu_i m_p} \rho_i T_i = \rho_i C_i^2$ $\quad i=1,2$

C_i ist die isotherme Schallgeschwindigkeit. Die Gl.(17) bis (19) besitzen die Lösungen

(20) $\frac{u_1}{u_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{C_1^2 + u_1^2 + \varepsilon\sqrt{(C_1^2+u_1^2)^2 - 4u_1^2 C_2^2}}{2C_2^2}$; $\varepsilon = \pm 1$

Für $T_2 = 8000K$ und $T_1 = 50K$ ist $C_2 = 1{,}15 \cdot 10^6 \gg C_1 = 6{,}4 \cdot 10^4$ cm/s. Weil ρ_2/ρ_1 reell sein muß, kann u_1 nur Werte annehmen, die entweder größer als u_R sind,

(21) $u_1 \geq u_R := C_2 + \sqrt{C_2^2 - C_1^2} \approx 2C_2$

in diesem Fall spricht man von einer R-Front, oder u_1 ist kleiner als u_D

(22) $$u_1 \leq u_D = C_2 - \sqrt{C_2^2 - C_1^2} = \frac{C_1^2}{2C_2}$$

Diesen Typ nennt man D-Front. Bei gegebenem u_1 sind jedesmal zwei Werte von ρ_2/ρ_1 möglich, je nachdem ob das Vorzeichen in Gl.(20) vor der Wurzel positiv oder negativ ist. R-Fronten (D-Fronten) mit $\xi = -1$ ($\xi = 1$) heißen schwach (stark), R-Fronten (D-Fronten) mit $\xi = 1$ ($\xi = -1$) heißen stark (schwach).

Für R-Fronten ist $\rho_2 > \rho_1$, für D-Fronten $\rho_2 < \rho_1$. Das R steht für "rarified", da im sehr dünnen Medium $u_1 > u_R$, das D für "dense", weil im sehr dichten Medium $u_1 < u_D$. Die Bezeichnung schwach bzw. stark bezieht sich darauf, ob der Bruch u_1/u_2 klein bzw. groß ist.

In der Nähe des Sterns, wo F groß ist, ist die I-Front wegen Gl.(17) immer vom Typ R, also $u_1 \gg 2C_2$. Sie bewegt sich so schnell relativ zum Gas, daß der an ihr herrschende Druckgradient die Dynamik des Gases nicht beeinflußt. Mit wachsender Entfernung vom Stern sinkt u_1 wegen der geometrischen Verdünnung und der Absorption. Wenn u_1 in die Nähe von $2C_2$ kommt, beginnt die I-Front das ionisierte Gas zu beschleunigen. Hinter ihr bildet sich eine Stoßfront, welche vom Stern weg durch die I-Front in das neutrale Gas läuft und u_1 unter u_D drückt. u_1 fällt stetig von u_R nach u_D. Das steht nicht im Widerspruch zu den Gl.(21) und (22), da sie für den Fall konstanter Dichte gelten, während die Stoßfront die Dichteverteilung ändert. Einzelheiten findet man etwa bei Terzian (15).

Wenn die Stoßfront die I-Front überquert, durchläuft sie ein Gebiet mit sprunghaft sich ändernder Schallgeschwindigkeit; das bereitet aber keine numerischen Schwierigkeiten.

In der Protosternwolke liegt der Wasserstoff in molekularer Form vor. Mit dem Anwachsen der Sternstrahlung dissoziiert H_2 durch Absorption von Quanten mit $\lambda \leq 1040$A und rekombiniert vorwiegend am Staub und in geringerem Maße über H^-

$$H^- + H \rightarrow H_2 + e^-$$

Der Rekombinationskoeffizient für Bildung an Staub

$$\alpha_{H_2}\,(\text{Staub}) = 2{,}5 \cdot 10^{-5}\, n_H n_g \approx 10^{-17}\, n_H^2$$

ist um fast vier Zehnerpotenzen kleiner als $\alpha_H^{(1)}$. Es wird deshalb stets angenommen, daß unmittelbar hinter der HII-Region Strahlung mit $912 < \lambda < 1040$A den Wasserstoff dissoziiert hat und sich die I-Front im einatomigen Gas ausbreitet.

§6 Zeitskalen

Bei der Ausbreitung der I-Front muß man berücksichtigen, daß die Lyc-Leuchtkraft des Sterns nicht schlagartig einsetzt. Nach Modellrechnungen für massereiche Protosterne bewegt sich der Stern im letzten Stadium der Vorhauptreihenentwicklung, der quasistationären Kontraktion, im HR-Diagramm bei nur schwach zunehmender Gesamtleuchtkraft von rechts auf die Hauptreihe zu. Seine Oberflächentemperatur erhöht sich also. Die charakteristische Zeit τ_{Lyc} für das Anwachsen des sehr temperaturempfindlichen Lyc-Flusses liegt für einen $30 M_\odot$-Stern bei 10000 Jahren (16).

Die Zeit τ_{ion}, die ein Stern konstanter Lyc-Leuchtkraft $L_\star$ benötigt, um seine Strömgren-Sphäre mit dem Volumen Vol_{St} zu ionisieren, findet man aus der DGL

$$L_\star dt = Vol(t)\, n_e^2 \alpha_H^{(2)}\, dt + n_e\, dVol \qquad (23)$$

Vol(t) ist das zur Zeit t ionisierte Volumen. Die während dt ausgesandten Lyc-Photonen $L_\star dt$ ionisieren die in dieser Zeit rekombinierten Atome, das sind $Vol(t)\, n_e^2 \alpha_H^{(2)}\, dt$, und zusätzlich $n \cdot dVol$ neue Atome des bisher neutralen Gases. Die Lösung von Gl.(23) lautet

$$Vol(t) = Vol_{St} \left[1 - e^{-n\alpha_H^{(2)} t}\right] \qquad (24)$$

Damit ist

$$\tau_{ion} = \frac{1}{n \alpha_H^{(2)}} \qquad (25)$$

τ_{ion} hängt nur von der Dichte, nicht von $L_\star$ ab. Für $n = 10\,cm^{-3}$ ist $\tau_{ion} = 10000$ Jahre und für $n = 10000\,cm^{-3}$ ist $\tau_{ion} = 10$ Jahre. Nur wenn das interstellare Gas sehr dünn ist ($n \leq 1\,cm^{-3}$), ist $\tau_{ion} \gg \tau_{Lyc}$. In diesem Fall kann man von einem plötzlichen

Einschalten des Zentralsterns sprechen. Bei höheren Dichten regelt das allmähliche Anwachsen des Lyc-Flusses die Ausbreitung der I-Front.

Da man sich besonders für die dynamischen Effekte der I-Front interessiert, vergleicht man τ_{ion} mit der charakteristischen Zeit τ_{sch}, die eine Störung braucht, um den Strömgren-Radius R_{St} zu durchlaufen:

$$\tau_{sch} \cdot C_2 = R_{St}$$

Es ist

$$(26) \quad \frac{\tau_{sch}}{\tau_{ion}} = \frac{R_{St}}{C_2} n \alpha_H^{(2)} \approx 2.5 \cdot 10^{-15} [L \cdot n]^{1/3}$$

Bei den in dieser Arbeit betrachteten Beispielen ($L_\alpha > 10^{43}$, $n(H) \gtrsim 1000 cm^{-3}$) ist $\tau_{sch}/\tau_{ion} > 100$. Für die dynamische Untersuchung der HII-Region ist es also belanglos, die Ausbreitung der I-Front bis zum Strömgren-Radius näher zu studieren.

§7 Die Rekombinationsstrahlung

In einer HII-Region ist der Wasserstoff fast vollständig ionisiert. Bei konstanter Gasdichte n finden pro Sekunde in jedem cm^3 $n^2 \alpha_H^{(1)}$ Rekombinationen statt. Dem nach außen hin abnehmenden Strahlungsfeld des Sterns überlagert sich also ein isotropes Feld der Rekombinationsstrahlung. Mit einer Gastemperatur von 10000K haben die von Rekombinationen in den Grundzustand ausgesandten Quanten eine Energie von ~15eV. Nach Durchlaufen eines optischen Weges $\tau = 1$ werden sie wieder absorbiert.

Photonen aus Rekombinationen in Niveaus $n \geq 2$ verlassen den Nebel, da praktisch alle neutralen H-Atome im Grundzustand sind. Das im angeregten Zustand zurückgelassene H-Atom fällt spontan in ein tieferes energetisches Niveau (Kaskadenübergänge). Quanten aus den Übergängen der Lyman-Serie sind in der HII-Region gefangen und enden durch Fluoreszenz letztlich als L_α-Photonen. Dem ständigen Ansteigen der Strahlungsdich-

te in L_α wirken besonders Absorption durch Staub in der HII-Region, Zweiphotonen-Emission aus dem metastabilen 2S Zustand und Dopplerverschiebung in die optisch dünnen Flügel der Linie entgegen. Wenn nur der letzte Prozeß wirksam ist, kann der Strahlungsdruck in der Linie auf das angrenzende neutrale Gas bedeutsam werden (17). In der vorliegenden Untersuchung wird jedoch angenommen, daß die Energiedichte in L_α durch die beiden anderen Mechanismen klein gehalten wird.

Zur Bestimmung der Ionisationsstruktur braucht man Rekombinationen in den Grundzustand nicht zu berücksichtigen. Man macht die Annahme, daß für jedes dorthin rekombinierte Atom ein anderes in unmittelbarer Nähe durch ein Photon ionisiert wird, welches selbst durch Rekombination in den Grundzustand entstanden ist ("auf der Stelle Näherung"). Voraussetzung dabei ist konstante Gasdichte im Nebel. Diese Näherung erlaubt es, auf die schwierige Strahlungstransportgleichung der Rekombinationsstrahlung zu verzichten.

Helium besitzt ein Singulett- und ein Triplettsystem. Drei Viertel aller Rekombinationen gehen in das Triplettsystem (11) und enden im metastabilen 2^3S Zustand, der 19,8eV über dem Grundzustand des Singuletts liegt. Hier wird angenommen, daß das 2^3S Niveau durch Stöße in das 1^1S_0 Niveau entvölkert wird (18). Photoionisation aus diesem Zustand durch Sternstrahlung oder L_α-Quanten spielt keine Rolle. Daher ist für die Bestimmung des Ionisationsgrades von Helium nur Strahlung mit $h\nu \gtrsim 24{,}6$eV von Bedeutung.

Kap.II Mathematische Formulierung des Problems

§1 Annahmen

Zunächst werden die zur Beschreibung der dynamischen Entwicklung einer HII-Region benötigten Gleichungen besprochen. Im Zentrum einer kugelsymmetrischen Wolke befinde sich der anregende Stern. Die Wolke sei ein Gemisch aus Gas und Staub mit überall gleichem Massenverhältnis $m_{Staub}/m_{Gas} = 0{,}01$. Magnetfelder seien nicht vorhanden. Das Gas bestehe aus zwei Komponenten, H und He. Wenn nicht anders hervorgehoben, sei die relative Häufigkeit des Heliums $n(He)/n(H)=0{,}1$.

§2 Die Gleichungen der Gasdynamik

Für die Bewegung des Gases gelten die Gleichungen

$$u = \frac{\partial r}{\partial t} \tag{27}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = 4\pi \frac{\partial (r^2 u)}{\partial m} \tag{28}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 4\pi r^2 \frac{\partial (P+Q)}{\partial m} + \frac{G(M_0+m)}{r^2} - F \frac{\sigma_{ab}}{c} \frac{n_g}{\rho} = 0 \tag{29}$$

m ist die Lagrangesche Ortskoordinate, r der Abstand zum Stern. Gl.(27) definiert die Geschwindigkeit u. $V=1/\rho$ ist die reziproke Dichte. Gl.(28) stellt die Kontinuitätsgleichung dar. Gl.(29) ist die Bewegungsgleichung. Dabei bedeuten P den Gasdruck, Q die künstliche Viskosität zur Behandlung von Stoßwellen:

$$Q = \begin{cases} c^* \rho \left(\frac{\partial u}{\partial m}\right)^2 & : \frac{\partial u}{\partial m} < 0 \\ 0 & : \frac{\partial u}{\partial m} \geq 0 \end{cases} \tag{30}$$

Der Parameter c^* bestimmt, wie stark die Stoßfront verschmiert wird. Diese Wahl der künstlichen Viskosität gewährleistet, daß der viskose Druck erst kurz vor dem Auftreten

eines Schocks einen merklichen Beitrag zum Gesamtdruck liefert und die üblichen Randbedingungen (Erhaltungssätze) an der Front weiterhin erfüllt bleiben(19). Das dritte Glied in Gl.(29) ist die Schwerebeschleunigung, M_o die Masse des Zentralsterns. Das letzte Glied enthält den Strahlungsdruck. F ist der radial nach außen gerichtete Gesamtfluß in erg $s^{-1} cm^{-2}$, der sich aus den Anteilen der drei hier betrachteten Wellenlängenbereiche zusammensetzt. c ist die Lichgeschwindigkeit, σ_{RP} der Wirkungsquerschnitt eines Staubteilchens für Strahlungsdruck in cm^2 und n_g die Zahl der Staubteilchen pro cm^3. Wenn der Staub nicht durch das Gas diffundiert und nicht zerstört wird, ist der Faktor $\sigma_{RP} n_g / c\varrho$ beim Fluß konstant.

§3 Die Energiegleichung für die HII-Region

An der Massenschale m werden pro s in $1cm^3$

$$F_H \varkappa_H n(H\bar{I}) + F_{He} \varkappa_H^{\lambda<504} n(H\bar{I}) + F_{He} \varkappa_{He} n(He\bar{I})$$

H- und He-Atome aus dem Grundzustand ionisiert. Abzüglich der Ionisationspotentiale χ_H und χ_{He} wird den freigewordenen Elektronen pro cm^3 pro s die Energie

$$F_H \varkappa_H n(H\bar{I}) [\langle h\nu \rangle_H - \chi_H] + F_{He} \varkappa_H^{\lambda<504} n(H\bar{I}) [\langle h\nu \rangle_{He} - \chi_H]$$

$$+ F_{He} \varkappa_{He} n(He\bar{I}) [\langle h\nu \rangle_{He} - \chi_{He}]$$

zugeführt. Aufgrund der weitreichenden Coulombkräfte tauschen die Elektronen durch elastische Stöße in einer charakteristischen Zeit $t_{e-e} = 1{,}3 \cdot 10^2 \; T^{1,5}/n_e$ Energie aus. Für T=10000K und $n = 1000cm^{-3}$ stellt sich schon nach etwa 10s eine Maxwell-Verteilung der Geschwindigkeiten ein. Die Elektronen tauschen in etwa $t_{e-p} = 24 \cdot T^{1,5}/n_e$ Sekunden ihre Energie mit den Protonen und die Protonen in $t_{p-H} = 5 \cdot 10^{16}/T^{1/2} n_e$ Sekunden mit den wenigen neutralen H-Atomen. Bei Dichten $\gtrsim 1000cm^{-3}$ wird also sehr schnell eine Gleichverteilung der Energie erreicht, und es ist sinnvoll, von <u>einer</u> kinetischen Temperatur zu sprechen.

Den entscheidenden Beitrag zur Kühlung des ionisierten Gases

liefert die Strahlung in verbotenen Linien der Ionen O[II], O[III], N[II], N[III], Ne[II], Ne[III]. Die Ionen werden aus dem Grundzustand durch Elektronenstöße angeregt. Da im HII-Gebiet die mittlere Energie der Elektronen etwa 1eV beträgt, genügt es, Übergänge zu betrachten, die einer Anregungsenergie von ≤4eV entsprechen. Bei den geringen Dichten fehlt die Abregung durch Stöße, und es treten sogenannte verbotene Linien auf mit sehr geringer Übergangswahrscheinlichkeit. Bei Hjellming (20) sind die wichtigsten Übergänge mit den Wirkungsquerschnitten für Elektronenstoß und den Einsteinschen Koeffizienten für spontane Emission tabelliert.

Um zuverlässige Kühlraten zu erhalten, ist es erforderlich, die Ionisationsgleichgewichte und die Population der wichtigsten Energieniveaus zu berechnen. Dies ist für einige Fälle von Hjellming (20) durchgeführt worden. In der vorliegenden Arbeit wurde nur die Kühlung durch das Dublett bei λ3727 des O[II], entsprechend den Übergängen $^4S_{3/2}$-$^2D_{5/2}$, $^4S_{3/2}$-$^2D_{3/2}$ berücksichtigt. Dies kann rechnerisch ohne großen Aufwand getan werden, da das Ionisationspotential von Sauerstoff mit 13,6eV gleich dem des Wasserstoffs ist. Eine Näherungsformel für die Kühlrate Λ des O[II] findet sich bei Mathews (21)

$$\Lambda(O[II]) = 3.6 \cdot 10^{-21}\, n(H^{II})^2\, e^{-27900/T}/\sqrt{T}\ ,$$

wo $n(O)/n(H)=10^{-3}$ angenommen ist.

Die thermische Energie von $1cm^3$ Gas mit N Teilchen ist 1,5NkT. Rekombinationen verringern die Teilchenzahl und kühlen $1cm^3$ pro s um

$$\left\{ n_e\, n(H^{II})\, \alpha_H^{(2)}(T)\cdot f_1 + n_e\, n(He^{II})\, \alpha_{He}^{(2)}(T)\cdot f_2 \right\} 1.5\, kT$$

Die Korrekturfaktoren f_1, f_2, die bei 0,3 liegen, berücksichtigen, daß der Wirkungsquerschnitt des Elektroneneinfangs für langsame Elektronen größer ist als für schnelle.

Die bisher behandelten Terme bilden in der Gleichung des ersten Hauptsatzes der Wärmelehre $Q = \dot{U} + P\dot{V}$ die linke Seite. Mit

$$\dot{u} = \frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{3}{2}\,\frac{NkT}{\mu m_p}\right]$$

und $P = P_{Gas} + P_{Turb}$ lautet die vollständige Energiegleichnung

$$\frac{1.5k}{A}\frac{\partial}{\partial t}\left\{(3+n(He)/n(H)-z-y)T\right\} + \frac{\partial V}{\partial t}[P+Q] -$$

(31)
$$F_H z \frac{\chi_H}{A}\left[\langle h\nu\rangle_H - \chi_H\right] - F_{HE} z \frac{\chi_H^{AGN}}{A}\left[\langle h\nu\rangle_{HE} - \chi_H\right] - n(He)/n(H)\cdot$$
$$F_{HE} y \frac{\chi_{HE}}{A}\left[\langle h\nu\rangle_{HE} - \chi_{HE}\right] + \frac{3.6\cdot 10^{-21}}{A^2}\frac{(1-z)^2}{V}\frac{e^{-27900/T}}{\sqrt{T}} + \frac{1.5k f_{Diss}}{A^2}$$
$$\frac{(1+n(He)/n(H)-z-y)}{V}\chi_H^{(2)}(T)(2-z-y) = 0\,; \quad A = m_p(1+4n(He)/n(H))$$

Diese Gleichung mit den vielen Termen ist aufwendig und dennoch ungenau. Bei der Kühlung durch verbotene Linien ist nur ein Dublett des O[II] berücksichtigt und Staub fehlt ganz. Alle Temperaturbestimmungen von HII-Regionen weisen auf eine ungefähr konstante Elektronentemperatur hin, die unabhängig von der Gasdichte und der Leuchtkraft des anregenden Sterns bei 8000K liegt. Man wird aber erwarten, daß dort, wo Helium durch energiereiche Strahlung mit $\lambda < 504$A ionisiert wird, die Temperatur des Gases höher liegt als in Gebieten, wo $F_{He} = 0$. Deshalb kann die Energiegleichung wesentlich vereinfacht werden durch

(32)
$$T_{HII} = \begin{cases} 9000K & : \text{ He ionisiert} \\ 7500K & : \text{ nur H ionisiert} \end{cases}$$

Die vollständige Gl.(31) dient dazu, um z.B. den Temperaturanstieg kurz vor der I-Front zu verdeutlichen.

§4 Die Energiegleichung für die HI-Region

Sie lautet:

(33)
$$\frac{1.5k(1+n(He)/n(H))}{m_p(1+4n(He)/n(H))}\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial t}[P+Q] = \Lambda[n(H),T]$$

Die von Yorke (22) berechnete Kühlfunktion $\Lambda[n(H),T]$ für das neutrale Gas läßt sich mit einer Genauigkeit von 30% durch

$$\Lambda[n(H),T] = -7.6\cdot 10^{-4} n(H) - 1.3\cdot 10^{-3} T + 1.8\cdot 10^{-5} n(H)T + 3.8$$

approximieren. Dabei ist vorausgesetzt, daß Staub fehlt und alle Metalle in der üblichen kosmischen Häufigkeit vorhanden sind. Eine geringere Metallhäufigkeit setzt die Kühlrate bis zu zwei Größenordnungen herab. Aber auch dann kühlt komprimiertes Gas rasch - d.h. im Vergleich zur dynamischen Zeitskala - auf die Gleichgewichtstemperatur ab, die zu 50K festgesetzt wurde. In den meisten Fällen wurde deshalb das HI-Gas als isotherm angenommen.

§5 Die Strahlungstransportgleichungen

Sie werden für die drei Spektralbereiche λ227...504A, λ504...912A, λ>912A in der einfachen Form

$$(34)\quad F_H = F_{*H}\left(\frac{R_*}{r}\right)^2 \exp\left[-\int_0^r d\tau\right] \quad ; \quad d\tau = \left[n(H\bar{I})\varkappa_H + \varrho\,\varkappa_D^H\right]dr$$

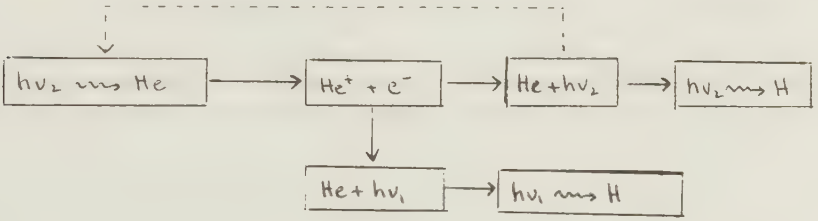
$$(35)\quad F_{He} = F_{*He}\left(\frac{R_*}{r}\right)^2 \exp\left[-\int_0^r d\tau\right] \; ; \; d\tau = \left[n(H\bar{I})\varkappa_H^{\lambda<504} + n(He\bar{I})\varkappa_H + \varrho\,\varkappa_D^{He}\right]dr$$

$$(36)\quad F^{\lambda>912} = F_*^{\lambda>912}\left(\frac{R_*}{r}\right)^2 \exp\left[-\int_0^r d\tau\right] \; ; \; d\tau = \varrho\,\varkappa_D^{\lambda>912}\,dr$$

benutzt. Die Ausbreitung erfolgt radial nach außen. F_{*H}, F_{*He} (Ph./cm²s) und $F_*^{\lambda>912}$(erg/cm²s) sind die Flüsse an der Sternoberfläche. $(R_*/r)^2$ ist der geometrische Verdünnungsfaktor, R_* bedeutet den Sternradius, $\exp(-\int d\tau)$ ist die Schwächung durch Absorption, $d\tau$ das Element der optischen Tiefe. $\varkappa_D^H$, $\varkappa_D^{He}$, $\varkappa_D^{\lambda>912}$ sind die Absorptionskoeffizienten des Staubes in den drei Wellenlängenbereichen; sie liegen in der Größenordnung 150cm²/g. Streuung an Staubpartikeln findet nicht statt. Für λ> 912A besitze das Gas keinen nennenswerten Absorptionsmechanismus.

§6 Die Ionisationsgleichungen

Die HI- bzw. HeI-Atome werden aus dem Grundzustand durch Absorption von Photonen mit $h\nu \geq h\nu_1 = 13{,}6\,eV$ bzw. $h\nu \geq h\nu_2 = 24{,}6\,eV$ ionisiert. Die Photonen können entweder vom Stern kommen oder der diffusen Rekombinationsstrahlung entstammen. Betrachten wir eine Gaskugel im Ionisationsgleichgewicht. Ein Quant mit $\nu > \nu_2$ kann sowohl H wie He ionisieren. Ionisiert es ein He-Atom, so wird dieses bald rekombinieren. Bei Rekombination in den Grundzustand wird wieder ein Quant mit $\nu > \nu_2$ ausgesandt, welches entweder von einem H- oder einem He-Atom eingefangen wird. Bei Rekombination in ein höheres Niveau ($n \geq 2$) wird ein Quant abgestrahlt, das nur noch H ionisieren kann, da $E_{n=2,3,\ldots} - E_{n=1} > \chi_H$. Alle Photonen mit $\nu > \nu_2$ führen also letztlich zur Ionisation eines Wasserstoffatoms.



Die Ionisationsgrade von H bzw. He seien gekennzeichnet durch $z = n(HI)/n(H)$ bzw. $y = n(HeI)/n(He)$. Das Volumen der HII-Kugel sei Vol. Dort finden pro Zeiteinheit

$$\mathrm{Vol} \cdot n_p n_e \alpha_H^{(1)} \qquad , \qquad \alpha_H^{(1)}(T) = \mathrm{const}$$

Rekombinationen und

$$4\pi R_*^2 (F_{*H} + F_{*He}) + L_H^{diff}$$

Ionisationen des H statt. L_H^{diff} ist die von den Rekombinationen des H in den Grundzustand herrührende Strahlung. Da

$$L_H^{diff} = \mathrm{Vol} \cdot n_e n_p \alpha_{1,H} \quad ,$$

lautet die Gleichgewichtsbedingung

$$\mathrm{Vol} \cdot n_e n_p \alpha_H^{(1)} = 4\pi R_*^2 (F_{*H} + F_{*He})$$

Unter der Annahme der "auf der Stelle Näherung" bedeutet das für jeden cm^3: Die Zahl der Rekombinationen des H in Niveaus mit $n \geq 2$ ist gleich der Zahl aller in diesem cm^3 absorbierten Photonen.

$$(37)\quad n_e n_p \alpha_H^{(2)} = \varkappa_H F_H n(H\bar{I}) + \varkappa_H^{\lambda \leq 504} F_{He}\, n(H\bar{I}) + \varkappa_{He} F_{He}\, n(He\bar{I})$$

In jedem cm^3 der HeII-Gaskugel rekombinieren je Sekunde $n_e n(HeII)\alpha_{He}^{(1)}$ HeII-Ionen, während $\varkappa_{He}F_{He}n(HeI)$ He-Atome durch Sternstrahlung ionisiert werden und von den $n_e n(HeII)\alpha_{1,He}$ in diesem cm^3 erzeugten Rekombinationsphotonen wird zusätzlich der Bruchteil

$$(38)\qquad x = \frac{n(He\bar{I})\,\varkappa_{He}^{\lambda=504}}{n(H\bar{I})\,\varkappa_H^{\lambda=504}}$$

vom He absorbiert, also insgesamt

$$n_e\, n(He\bar{\bar{II}})\alpha_{He}^{(1)} = \varkappa_{He} F_{He}\, n(HeI) + \frac{x}{1+x}\, n_e\, n(He\bar{\bar{II}})\alpha_{1,He}$$

x ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Photon aus der Rekombination in den Grundzustand von He und nicht von H eingefangen wird.

Bei Abweichungen vom Ionisationsgleichgewicht gibt die Differenz zwischen Ionisationen und Rekombinationen die Änderung des Ionisationsparameters an. Damit lauten die gesuchten Gleichungen

$$(39)\quad \frac{\partial z}{\partial t} + z\varkappa_H F_H + z\varkappa_H^{\lambda\leq 504} F_{He} + n(He)/n(H)\, y\, \varkappa_{He} F_{He} = n(H)(1-z)\cdot \left[1 - z + n(He)/n(H)(1-y)\right]$$

$$(40)\quad \frac{\partial y}{\partial t} + y\varkappa_{He} F_{He} + (1-y)\left[1 - z + n(He)/n(H)(1-y)\right] n(H)\left[\frac{x}{1+x}\alpha_{1,He} - \alpha_{He}^{(1)}\right] = 0$$

Für Temperaturen über 10000K liefert die Stoßionisation durch Elektronen einen merklichen Beitrag. Dann muß auf den linken Seiten der Gl.(39) und (40) ein zusätzliches Glied

$$n(H)\, z\left[1 - z + n(He)/n(H)(1-y)\right] K_{e\text{-}H} \quad \text{bzw.} \quad n(H)\, y\left[1 - z + n(He)/n(H)(1-y)\right] K_{e\text{-}He}$$

hinzugefügt werden. Dabei bedeuten $K_{e\text{-}H}(T)$ bzw. $K_{e\text{-}He}(T)$ die

temperaturabhängigen Koeffizienten für Elektronenstöße. $K_{e-H}(T)$ und $K_{e-H_2}(T)$ sind von Winkler (23) berechnet worden.

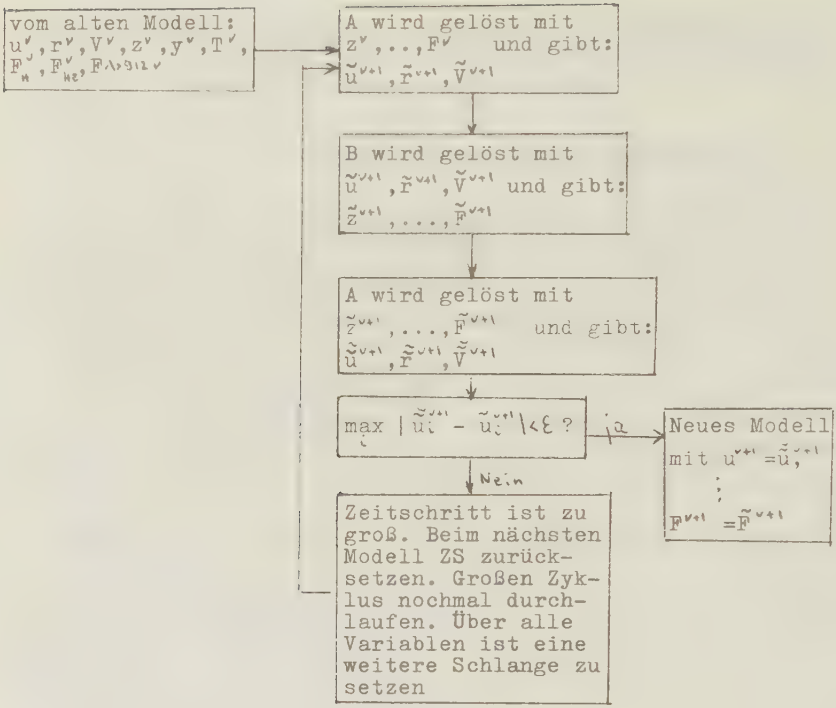
§7 Die numerische Lösung des DGL-Systems

Zunächst müssen die Differentialgleichungen in Differenzengleichungen umgeschrieben werden. Um Stabilität zu gewährleisten, wird ein implizites Verfahren benutzt, d.h. alle Terme mit Ausnahme der zeitlichen Ableitungen enthalten die Variablen für den neuen Zeitschritt. Bei einem so großen DGL-System ist es unzweckmäßig, alle Gleichungen auf einmal zu lösen. Man spart viel Rechenzeit und vermindert den Speicherbedarf, wenn man das DGL-System in Untersysteme aufteilt. Da es zur Lösung des gasdynamischen Problems ein besonders schnelles, stabiles und einfaches Verfahren gibt (24), welches in §8 erläutert wird, bilden die Gl.(27), (28), (29) das erste Untersystem A, das bezüglich der Variablen V(m,t), r(m,t) und u(m,t) für den neuen Zeitschritt $\nu+1$ zu lösen ist. Die übrigen in A vorkommenden Variablen treten zunächst mit ihren Werten beim alten Zeitschritt auf. Nach der Lösung von A erhält man die neuen Werte $\tilde{u}^{\nu+1}$, $\tilde{V}^{\nu+1}$, $\tilde{r}^{\nu+1}$, die noch nicht die exakten Lösungen darstellen, weil sie das Differenzensystem A mit z^{ν}, y^{ν}, etc. erfüllen.

Dann wird das Untersystem B der restlichen Differenzengleichungen von (31), (33) bis (36), (39) und (40) bezüglich y, z, T, F_H, F_{H_2}, $F^{\lambda,\vartheta,2}$ gelöst und mit diesen Größen geht man erneut in A ein und erhält verbesserte $\tilde{\tilde{u}}^{\nu+1}$, $\tilde{\tilde{r}}^{\nu+1}$, $\tilde{\tilde{V}}^{\nu+1}$. Zur Prüfung der Konvergenz genügt es, abzufragen ob

$$\max_i |\tilde{\tilde{u}}_i^{\nu+1} - \tilde{u}_i^{\nu+1}| < \varepsilon$$

Der Zeitschritt wird so gewählt, daß der gesamte große Zyklus nur anderthalbmal durchlaufen werden muß. Das nachstehende Schema soll die Arbeitsweise veranschaulichen:



§8 Die numerische Lösung des gasdynamischen Problems

Die Differenzengleichungen ohne die Terme für Strahlungsdruck und Gravitation lauten

$$(41)\quad \frac{r_i^{\nu+1} - r_i^\nu}{\tau} = \frac{1}{2}\left(u_i^{\nu+1} + u_i^\nu\right)$$

$$(42)\quad \frac{V_{i+1/2}^{\nu+1} - V_{i+1/2}^\nu}{\tau} = 2\pi \frac{(r^2u)_{i+1}^{\nu+1} - (r^2u)_i^{\nu+1}}{m_{i+1} - m_i} + 2\pi \frac{(r^2u)_{i+1}^{\nu} - (r^2u)_i^{\nu}}{m_{i+1} - m_i}$$

$$(43)\quad \frac{u_i^{\nu+1} - u_i^\nu}{\tau} + 2\pi (r_i^{\nu+1})^2 \frac{P_{i+1/2}^{\nu+1} - P_{i-1/2}^{\nu+1}}{m_{i+1/2} - m_{i-1/2}} + 2\pi (r_i^\nu)^2 \frac{P_{i+1/2}^{\nu} - P_{i-1/2}^{\nu}}{m_{i+1/2} - m_{i-1/2}}$$

$$+ 4\pi (r_i^{\nu+1})^2 \frac{Q_{i+1/2} - Q_{i-1/2}}{m_{i+1/2} - m_{i-1/2}} = 0$$

(44) $$Q_{i+1/2} = \frac{c^*}{V_{i+1/2}^{\nu}} \left[u_i^{\nu} - u_{i+1}^{\nu} - |u_i^{\nu} - u_{i+1}^{\nu}|\right](u_i^{\nu+1} - u_{i+1}^{\nu+1})$$

Wird der Parameter c^* in der künstlichen Viskosität zu 1,5 gesetzt, so wird jeder Schock auf drei bis vier Stützstellen verschmiert.

Das System ist zeitlich und räumlich zentriert, aber noch stabil. u und r sind an ganzen Gitterpunkten i=1,...,N, V ist dagegen an halben i=3/2,...,N-1/2 genommen. Die impliziten Gleichungen machen ein Iterationsverfahren notwendig. Iterationen werden mit n=0,1,2,... gekennzeichnet. Für n=0 setzt man die bekannten Werte des alten Modells ein, also $u_i^{n+0}=u_i^{\nu}$. Man löst nun Gl.(43) bezüglich u_i^{n+1}. Dazu nähert man r_i^{n+1} durch r_i^n, was wegen $r_i^{\nu+1}-r_i^{\nu}=\tau\, u_i^{\nu+1}$ bei kleinen Zeitschritten τ erlaubt ist und entwickelt $P_{i+1/2}^{n+1}$ nach Newton:

$$P_{i+1/2}^{n+1} = P_{i+1/2}^{n} + \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_{i+1/2}^{n} \left(V_{i+1/2}^{n+1} - V_{i+1/2}^{n}\right)$$

Damit erscheinen in Gl.(43) nur noch die u_i^{n+1} als unbekannte Größen und sie hat die besondere Form

(45) $$A_i u_{i-1}^{n+1} + B_i u_i^{n+1} + C_i u_{i+1}^{n+1} + D_i = 0$$

Hinzu kommen zwei Randbedingungen

(46) $$u_1^{n+1} = u_N^{n+1} = 0$$

Ein einfacher Algorithmus liefert die u_i^{n+1}

(47) $$u_i^{n+1} = \alpha_{i+1} u_{i+1}^{n+1} + \beta_{i+1} \qquad i=1,\ldots,N-1$$

mit

(48) $$\alpha_{i+1} = \frac{C_i}{B_i + \alpha_i A_i} \quad ; \quad \beta_{i+1} = -\frac{A_i \beta_i + D_i}{B_i + \alpha_i A_i}$$

wo wegen der Randbedingung (46) $\alpha_2 = \beta_2 = 0$

Die Koeffizienten $A_i,\ldots,D_i$ hängen nur von den Werten der Iteration n ab:

$$A_i = \alpha\left[H_1 - 2 q_{i-1/2}\right]$$

$$B_i = \alpha\left[H_2 + 2\left(q_{i-1/2} + q_{i+1/2}\right)\right] + \frac{1}{\tau}$$

$$C_i = a\left[H_3 - 2q_{i+1/2}\right]$$

$$D_i = -\frac{u_i^\nu}{\tau} + \frac{4\pi (r_i^\nu)^2}{m_{i+1} - m_{i-1}} \left(P^\nu_{i+1/2} - P^\nu_{i-1/2}\right) + a H_0 \quad , \text{ wobei}$$

$$a = \frac{4\pi (r_i^n)^2}{m_{i+1} - m_{i-1}}$$

$$q_{i+1/2} = \frac{c^*}{V^\nu_{i+1/2}} \left(u_i^\nu - u_i^{\nu+1} + |u_i^\nu - u_{i+1}^\nu|\right)$$

$$H_1 = -\frac{P^n_{i-1/2}}{V^n_{i-1/2}} \frac{2\pi\tau (r^n_{i-1})^2}{m_i - m_{i-1}}$$

$$H_2 = \frac{P^n_{i+1/2}}{V^n_{i+1/2}} \frac{2\pi\tau (r_i^n)^2}{m_{i+1} - m_i} + \frac{P^n_{i-1/2}}{V^n_{i-1/2}} \frac{2\pi\tau (r_i^n)^2}{m_i - m_{i-1}}$$

$$H_3 = -\frac{P^n_{i+1/2}}{V^n_{i+1/2}} \frac{2\pi\tau (r^n_{i+1})^2}{m_{i+1} - m_i}$$

$$H_0 = P^n_{i+1/2} - P^n_{i-1/2} - \frac{P^n_{i+1/2}}{V^n_{i+1/2}} \left[V^\nu_{i+1/2} - V^n_{i+1/2} + \frac{2\pi\tau}{m_{i+1} - m_i} \left((r^2 u)^\nu_{i+1} - (r^2 u)^\nu_i\right)\right] + \frac{P^n_{i-1/2}}{V^n_{i-1/2}} \left[V^\nu_{i-1/2} - V^n_{i-1/2} + \frac{2\pi\tau}{m_i - m_{i-1}} \left((r^2 u)^\nu_i - (r^2 u)^\nu_{i-1}\right)\right]$$

Aus Gl.(41) findet man $r_i^{\nu+1}$ und aus

$$(49) \qquad \frac{(r_i^{n+1})^3 - (r_{i+1}^{n+1})^3}{m_i - m_{i+1}} = \frac{3}{4\pi} V^{n+1}_{i+1/2}$$

dann $V^{n+1}_{i+1/2}$. Die Konvergenz überprüft man durch:

$$\max_i |u_i^{n+1} - u_i^n| < \varepsilon \quad ?$$

Ist dies nicht der Fall, so wird der Index n um eins erhöht, die $A_i, \ldots, D_i$ werden neu berechnet und man gewinnt aus Gl.(47) und (48) verbesserte u_i^{n+1}. Im allgemeinen genügen zwei Iterationen. Die u_i^{n+1}, r_i^{n+1}, $V^{n+1}_{i+1/2}$ stellen die oben mit $\tilde{u}_i^{n+1}$, $\tilde{r}_i^{n+1}$, $\tilde{V}^{n+1}_{i+1/2}$ bezeichneten Größen dar.

Wenn $\max_i |u_i^{n+1} - u_i^n| < \varepsilon$, so ist auch

$$\max_i |r_i^{n+1} - r_i^n| = \tau \max_i |u_i^{n+1} - u_i^n| < \varepsilon\tau \quad \text{und}$$

$$\max_i |V_{i+1/2}^{n+1} - V_{i+1/2}^n| = \frac{4\pi}{3\Delta m} \max_i \left| (r_i^{n+1})^3 - (r_i^n)^3 - (r_{i+1}^{n+1})^3 + (r_{i+1}^n)^3 \right|$$

$$\leq \frac{8\pi}{3\Delta m} \max_i \left| (r_i^{n+1})^3 - (r_i^n)^3 \right| \leq \frac{8\pi}{\Delta m} \varepsilon\tau (r_N^{n+1})^2$$

Somit ist die Abfrage nach u ausreichend.

§9 Die numerische Lösung der restlichen Gleichungen

Die Werte von u_i^{n+1}, r_i^{n+1}, $V_{i+1/2}^{n+1}$ seien bekannt. Setzt man

$$L_H = 4\pi r^2 F_H \qquad L_{He} = 4\pi r^2 F_{He}$$

$$L_{*H} = 4\pi R_*^2 F_{*H} \qquad L_{*He} = 4\pi R_*^2 F_{*He}$$

so lauten die Strömungsgleichungen

$$(50) \quad \frac{dL_H}{dr} = -L_H \left[n(H) \cdot z(L_H, L_{He}, r) \varkappa_H + \varrho(r) \varkappa_D^H \right]$$

$$(51) \quad \frac{dL_{He}}{dr} = -L_{He} \left| n(H) z(L_H, L_{He}, r) \varkappa_H^{\lambda<504} + n(He) y(L_{He}, r) \varkappa_{He} + \varrho(r) \varkappa_D^{He} \right]$$

Diese beiden miteinander gekoppelten, gewöhnlichen Differentialgleichungen werden nach der Runge-Kutta Methode unter Verwendung der Ionisationsgleichungen integriert. L_{*H} und L_{*He} sind vorgegeben. Man bestimmt $y(r=R^*)$ und $z(r=R^*)$ aus den Gl.(39), (40) und bekommt die Anfangsbedingung für $\frac{dL_H}{dr}(r=R^*)$ und $\frac{dL_{He}}{dr}(r=R^*)$. Die Schrittweiten sind durch r_i^{n+1} vorgegeben und können nicht mehr korrigiert werden. Zusätzlich wird noch die Strahlungstransportgleichung (36) für Strahlung mit $\lambda > 912A$ integiert und die Energiegleichung gelöst. Im neutralen Gas sind $z=y=1$ und $F_H = F_{He} = 0$. Die Gastemperatur im HI-Gebiet ist entweder $T_{HI} = 50K$ oder sie wird aus Gl.(33) errechnet.

Kap.III Stationäre HII-Regionen mit Helium und Staub

Zur Untersuchung der Struktur einer HII-Region mit Helium wurden Modelle mit verschiedenen Dichteverteilungen, Zentralsterntemperaturen und relativen Heliumhäufigkeiten gerechnet. Dazu genügt es, die Ionisations- und Strahlungstransportgleichungen ohne die zeitabhängigen Glieder zu lösen; die Temperatur wurde konstant gesetzt und die Dynamik des Gases nicht in der zeitlichen Entwicklung verfolgt. Außerdem wurde der Einfluß von Staub studiert und die durch seine Aufheizung hervorgerufene Infrarot-Leuchtkraft berechnet.

Zunächst folgt aus Gl.(37) unter der Näherung $n_e = n_p$, daß sich der Strömgrenradius der HII-Region durch das Vorhandensein von Helium nicht ändert. Der Radius der HeII-Region kann gewiß nicht größer sein, da He-ionisierende Quanten auch H zu ionisieren vermögen. Für die HeII-Kugel gilt bei konstanter Gasdichte eine ähnliche Formel wie Gl.(1)

$$R_{St}(He) = \left[\frac{3L}{4\pi n(He^+) n_e \alpha_{He}^{(2)}} \right]^{1/3} \tag{52}$$

Nur ist jetzt $n_e = n(HII) \cdot (1 + n(H)/n(He))$ und $L < L_{He}$ wegen der konkurrierenden Absorption durch H-Atome. Sei

$$R := \int_{He\,II} n(H^+)^2 dV \Big/ \int_{H\,II} n(H^+)^2 dV \tag{53}$$

das gewichtete Verhältnis des Volumens der HeII-Region zum Volumen der HII-Region, dann ist für kühle Sterne wegen $L_{He} \ll L_H$ $R < 1$, während für sehr heiße Sterne oder geringe Heliumhäufigkeiten $R = 1$ ist.

Das Verhältnis R ist wichtig zur Interpretation der Radiorekombinationslinien. Sie entstehen durch Elektronenübergänge in den obersten Niveaus ($n \geq 50$). Bezeichne Δn die Änderung der Hauptquantenzahl, so sind die Rekombinationslinien von He und H für gleiche n und Δn wegen der unterschiedlichen Kernmassen wohl voneinander getrennt. Durch Integration der Linienprofile kann man bei bekanntem R die Heliumhäufigkeit bestimmen. Aus theoretischen Überlegungen findet man eine Be-

ziehung zwischen R und der Effektivtemperatur T_{eff} des Zentralsterns. Sind die anregenden Sterne selbst nicht beobachtbar, so muß man zur Ermittlung der Heliumhäufigkeiten Statistik betreiben. Man legt eine Massenfunktion der Sterne zugrunde und berechnet gemittelte $\langle R \rangle$. Diese Arbeit ist ausführlich von Churchwell und Mezger (25) anhand der 109α ($\Delta n=1$) Linie des H und He durchgeführt worden. Die gefundenen n(He)/n(H) liegen besonders in Richtung des galaktischen Zentrums weit unter dem üblichen Wert von 0,1. Als natürliche Erklärung dieser scheinbaren Unterhäufigkeit nahmen sie an, daß Staub innerhalb der HII-Region im Bereich $\lambda < 504$A stärker absorbiere als zwischen 504 und 912A.

Zur Klärung der Frage wurden Modelle gerechnet, denen folgende Dichteverteilungen zugrunde liegen:

a) $n(H) = 10^3\,cm^{-3}$ b) $n(H) = 10^4\,cm^{-3}$

c) $n(H) = 10^5\,cm^{-3}$

d) $n(H) = \begin{cases} 10^5 & : r \leq 2.5 \cdot 10^{15}\,cm \\ 2.5 \cdot 10^{20}/r & : r > 2.5 \cdot 10^{15}\,cm \end{cases}$

e) $n(H) = \begin{cases} 10^6 & : r \leq 2.5 \cdot 10^{15}\,cm \\ 2.5 \cdot 10^{21}/r & : r > 2.5 \cdot 10^{15}\,cm \end{cases}$ f) s. Text

Das erste Ergebnis der Rechnungen lautet: Ohne Staub ist unabhängig von der Dichteverteilung R = 1, falls $T_{eff} \geq 37000$K. Für tiefere Temperaturen fällt R rasch gegen Null. Hierbei war n(He)/n(H) = 0,1 gewählt. Für kleinere Heliumhäufigkeiten verschiebt sich die Kurve nach links, für größere nach rechts, ohne aber ihre Form zu ändern. Hierzu vergleiche man Abb.7.

Die Verfärbungskurven des interstellaren Staubes enden bei etwa 1000A. Über den Bereich $\lambda < 912$A kann man daher nur Vermutungen anstellen. Deshalb wurden Modelle mit Staub mit verschiedenen Massenabsorptionskoeffizienten $\varkappa_\nu$ gerechnet, wobei der Staub nur absorbiere und nicht streue. Die folgende Tabelle gibt die fünf hier betrachteten Absorptionskoeffizienten des Staubes in den drei Wellenlängenbereichen $\lambda < 504$A,

$504<\lambda<912A$, $\lambda>912A$ cm:

Bereich	Bezeichnung	Absorptionskoeff. in cm^2/g				
$\lambda > 912A$	$\varkappa_D^{\lambda>912}$	150	100	200	200	0
$504<\lambda<912A$	$\varkappa_D^{H}$	150	50	100	100	0
$\lambda < 504A$	$\varkappa_D^{He}$	150	150	300	500	0

Wenn der Massenanteil des Staubes 1% beträgt, der Wirkungsquerschnitt der Teilchen gleich dem geometrischen ist und sie als Kugeln mit einem mittleren Radius von $a = 2{,}9 \cdot 10^{-5}$ cm angesehen werden, so bekommt man ein $\varkappa_D$ von etwa $200 cm^2/g$. Die hier gewählten Werte liegen in dieser Größenordnung. Von den vielen Eigenschaften des Staubes wie Form, Größe, chemischer Aufbau, Größenverteilung und relative Häufigkeit zum Gas brauchen wir hier nur die Massenabsorptionskoeffizienten in drei Wellenlängenbereichen, die als freie Parameter so gewählt werden, daß sie die Beobachtungen möglichst gut erklären. Auf die Diskussion um die verwickelte Struktur des Staubes wird nicht eingegangen.

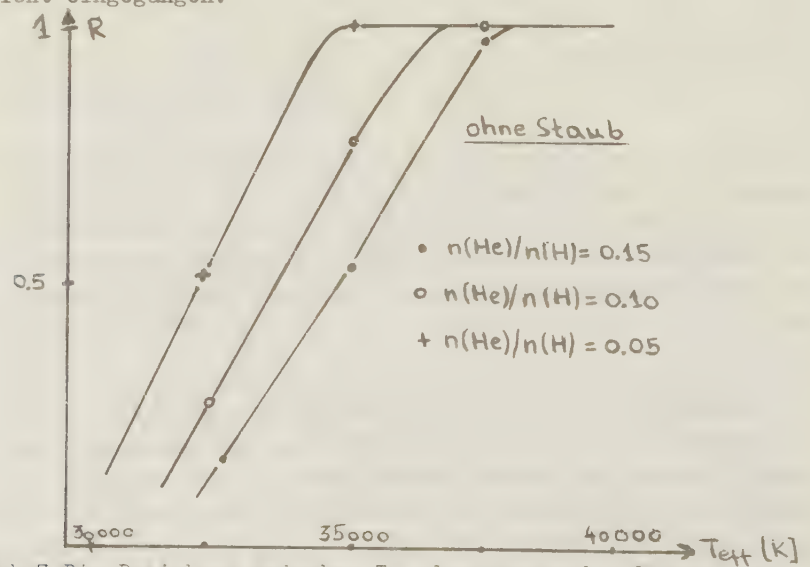


Abb.7 Die Beziehung zwischen T_{eff} des anregenden Sterns und R (s. Text) für verschiedene He-Häufigkeiten ist ohne Staub unabhängig von der Dichteverteilung des Gases.

Sei D der Durchmesser einer staubgefüllten HII-Region konstanter Dichte n und L'_α die Zahl der für die Ionisation des Gases zur Verfügung stehenden Quanten, dann ist

$$D \sim \left[L'_\alpha / n^2\right]^{1/3}$$

und die optische Dicke des Staubes ist

$$\tau_0 \sim n\, D \sim \left[L'_\alpha\, n\right]^{1/3}$$

Der Staub wird für die Struktur der HII-Region wichtig, wenn $\tau_0 \gtrsim 1$, also für sehr heiße Sterne in kompakten Gebieten. Dann ist R auch keine einfache Funktion der Effektivtemperatur mehr, sondern hängt von den Absorptionseigenschaften des Staubes und von der Dichteverteilung ab.

Aus Abb.8 sieht man, daß bei frequenzunabhängiger Absorption R stets ein wenig über dem Wert des staubfreien Falles liegt, weil grundsätzlich $R \leq 1$ und deshalb die optische Tiefe in der HII-Region nur gleich oder größer sein kann als in der HeII-Region. Sie ist deshalb ungeeignet, die scheinbaren niedrigen Heliumhäufigkeiten zu erklären.

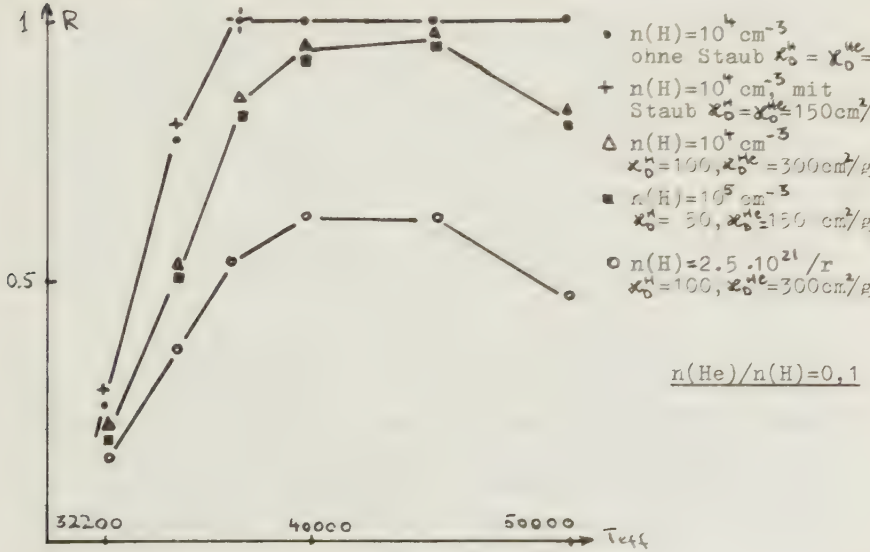


Abb.8 Beziehung zwischen R und T_{eff} für verschiedene Dichteverteilungen und Staubabsorptionskoeffizienten

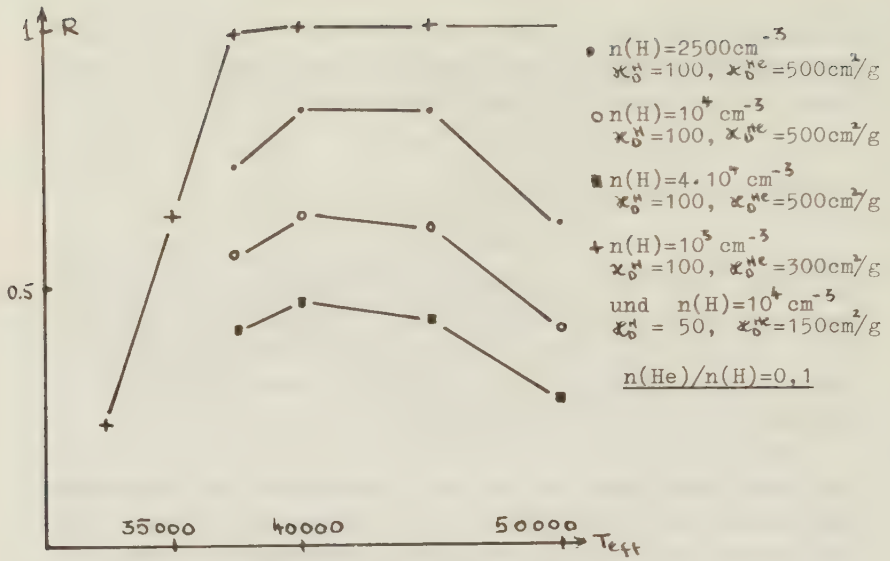


Abb.9 Beziehung zwischen R und T_{eff} für verschiedene Dichteverteilungen und Staubabsorptionskoeffizienten

Also muß $\varkappa_0^{He} > \varkappa_0^H$ sein; siehe Abb.8 und 9. Jetzt kann R im Fall hoher Dichte weniger als die Hälfte des staubfreien Wertes betragen. Der qualitative Verlauf der Kurven erklärt sich so: Bei geringer Lyman-Leuchtkraft L_* ist die Ausdehnung der HII-Region gering und die Staubabsorption fällt nicht ins Gewicht. Da $L_{He} \ll L_H$, liegt $R \ll 1$. Wächst L_*, so nimmt R zunächst zu, da L_{He} schneller ansteigt als L_H. Wenn $\tau_0 \approx 1$, fällt R wieder, da dann wegen $\varkappa_0^{He} > \varkappa_0^H$ die Absorption von L_{He} stärker ist als die für L_H.

Bei vorgegebenem T_{eff} läßt sich ein bestimmter Wert von R durch mehrere Kombinationen der Dichteverteilung und des Absorptionskoeffizienten $\varkappa_0$ realisieren. Einen Hinweis, welches Modell der Wirklichkeit am besten gerecht wird, erhält man durch Messung des Infrarot-Exzesses ε_{IR}. Harper und Low (26) konnten zeigen, daß die Absorption diffuser L_α-Strah-

lung durch Staub unzureichend ist, um die beobachteten Infrarot-Leuchtkräfte L_{IR} der HII-Regionen zu erklären. Sie nahmen deshalb an, daß Staub auch direkt vom Stern ausgehende Strahlung absorbiere. Den dadurch bedingten relativen Zuwachs in L_{IR} bezeichnet man als IR-Exzess, definiert durch

$$\varepsilon_{IR} + 1 = \frac{L_\alpha h\nu_\alpha + (1-f) L_* \langle h\nu \rangle + L^{\lambda>912} \left(1 - e^{-\tau_0^{\lambda>912}}\right)}{L_\alpha h\nu_\alpha} \Rightarrow$$

(54)

$$\varepsilon_{IR} = \frac{1-f}{f} \frac{\langle h\nu \rangle}{h\nu_\alpha} + \frac{L^{\lambda>912}}{L_* h\nu_\alpha} \frac{1 - e^{-\tau_0'}}{f}$$

Es bedeuten ν_α die Frequenz der Lyman-Alpha Linie, L_α die Zahl der pro Sekunde produzierten Lyman-Alpha Quanten, L_* die Zahl der Lyc-Quanten, $\langle h\nu \rangle$ die mittlere Energie eines solchen Photons, $L^{\lambda>912}$ die Energie (!) der Sternstrahlung mit $\lambda>912$A, $\tau_D^{\lambda>912}$ die optische Dicke der HII-Region in diesem Bereich und f ist die Zahl der vom Gas absorbierten Lyc-Photonen L_*' dividiert durch die Zahl der vom Stern ausgesandten Lyc-Photonen L_*: $f = L_*'/L_*$. Der Staub wird also durch L_α- und Lyc-Quanten und durch Strahlung mit $\lambda>912$A aufgeheizt. ε_{IR} wird in den Modellen berechnet. Typische beobachtete Werte liegen bei 4. Da L_*' für beliebige Dichteverteilungen und optisch dünne HII-Regionen aus den Radio-Daten bestimmt werden kann (27), ist auch f eine der Beobachtung entnehmbare Größe, falls der anregende Stern bekannt ist.

In den Abb.10 und 11 ist ε_{IR} als Funktion von T_{eff} für verschiedene Dichteverteilungen aufgetragen. Jede Kurve besteht aus einem flachen Mittelteil und zwei ansteigenden Flügeln. Der linke Flügel erklärt sich dadurch, daß dort L_* sehr klein ist und deshalb die Aufheizung des Staubes vorwiegend durch Photonen auf der langwelligen Seite der Lyman-Kante geschieht. Das Ansteigen für kühle Temperaturen ist auch verständlich, da für heiße Sterne die Ausdehnung der HII-Region und somit auch τ_D groß ist.

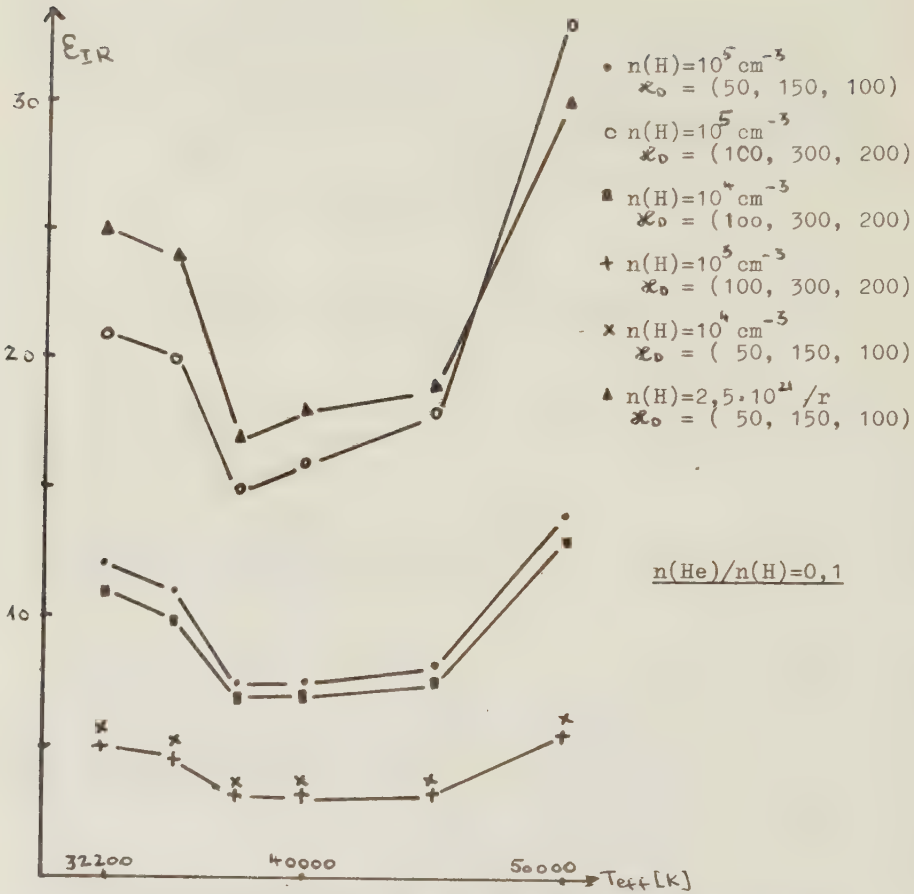


Abb.10 Beziehung zwischen T_{eff} und dem IR-Exzess für verschiedene Dichteverteilungen und Staubabsorptionskoeffizienten. Es bedeutet $\varkappa_0 = (\varkappa_0^H, \varkappa_0^{He}, \varkappa_0^{1,79:1,2})$ in cm^2/g.

In den Abb. 10 und 11 fallen einige sehr eng beieinanderliegende Kurvenpaare auf. Für solche Paare, denen unterschiedliche Dichteverteilungen und Staubabsorptionskoeffizienten zugrunde liegen, ist der Verlauf von R und ε_{IR} mit der Temperatur praktisch gleich, z.B. für $n(H)=10^4\,cm^{-3}$ mit $\varkappa_0 = (50,150,100)$ und $n(H)=10^3\,cm^{-3}$ mit $\varkappa_0 = (100,300,200)$. R und ε_{IR} alleine reichen also nicht aus, um Aussagen über

den Staub zu machen. Kennt man aber bei einem Nebel noch die Gasdichte, so kann man die Absorptionseigenschaften des Staubes für Lyc-Strahlung abschätzen. Das soll am Beispiel des Zentralteils des Orion-Nebels geschehen. Seine mittlere Dichte ist $n=2500cm^{-3}$; ferner ist R=0,75 und $\varepsilon_{IR}=4$ und der hellste anregende Stern hat eine Oberflächentemperatur von $T_{eff}=48000K$.

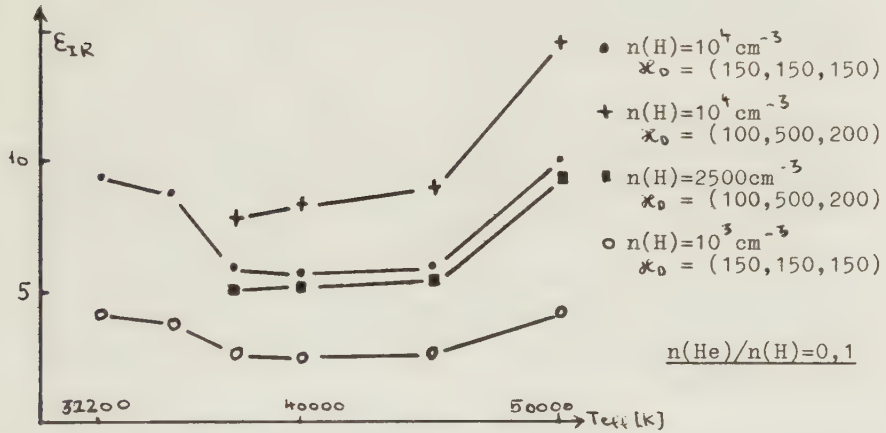


Abb.11 Text wie bei Abb.10

Der IR-Exzess einer einzelnen HII-Region ist leider keine sehr zuverlässig meßbare Größe, da die IR-Strahlung zum Teil aus benachbarten Molekülwolken stammen kann. Mezger et. al. (28) haben die Radio- und IR-Daten von einem Dutzend HII-Regionen ausgewertet und erhalten sehr ähnliche Resultate, wie sie im folgenden hier gefunden werden.

Zunächst kombinieren wir die Abb.8 bis 11 und tragen ε_{IR} über R bei verschiedenen T_{eff}, $\varkappa_0$ und Dichteverteilungen auf. Für $\varkappa_0=0$ (kein Staub) erhält man die Gerade $\varepsilon_{IR}\equiv 0$. Für $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H} \leq 1$ bekommt man für $T_{eff} \geq 37000K$ die Gerade $R \equiv 1$. In Abb.12 sind für mehrere Dichteverteilungen (homogene und nichthomogene) und zwei verschiedene Staubabsorptionskoeffizienten, $\varkappa_0$ = (50,150,100) und $\varkappa_0$ = (100,300,200), die (R,ε_{IR})-

Werte eingetragen. In beiden Fällen ist $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H} = 3$. Man sieht, wie sich die Punkte bei fester Temperatur längs einer scharfen Linie aufreihen. Diese Linien, die man für IR-Exzesse $\varepsilon_{IR} \leq 10$ als Geraden ansehen darf, sind zueinander parallel, wobei diejenigen, welche zu kühleren Zentralsternen gehören, unten liegen. Für hohe Temperaturen rücken sie sehr dicht zusammen. Die Steigung der Geraden wird hauptsächlich durch $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H}$ bestimmt, zum Teil aber auch durch $\varkappa_0^{\lambda>912}$, welches in die Bestimmung von ε_{IR} eingeht. Je größer $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H}$, umso flacher sind die Kurven.

In Abb.12 liegt das Wertepaar (R, ε_{IR}) für den Orion-Nebel weit ab von den eingezeichneten Kurven. Sogar wenn der Staub jenseits der Lyman-Kante überhaupt nicht absorbierte ($\varkappa_0^{\lambda>912}=0$), wäre für R = 0,75 ε_{IR} noch größer als 10. Also muß $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H} \geq 3$ sein. In Abb.13 ist $\varkappa_0 = (100,500,200)$, $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H} = 5$. Zu R = 0,75 gehört jetzt ein $\varepsilon_{IR} \approx 6,5$. Für $\varkappa_0^{\lambda>912} = 100 cm^2/g$ würde sich die Kurve um ungefähr zwei Einheiten senken und so mit den gemessenen Werten für den Zentralteil des Orion-Nebels übereinstimmen.

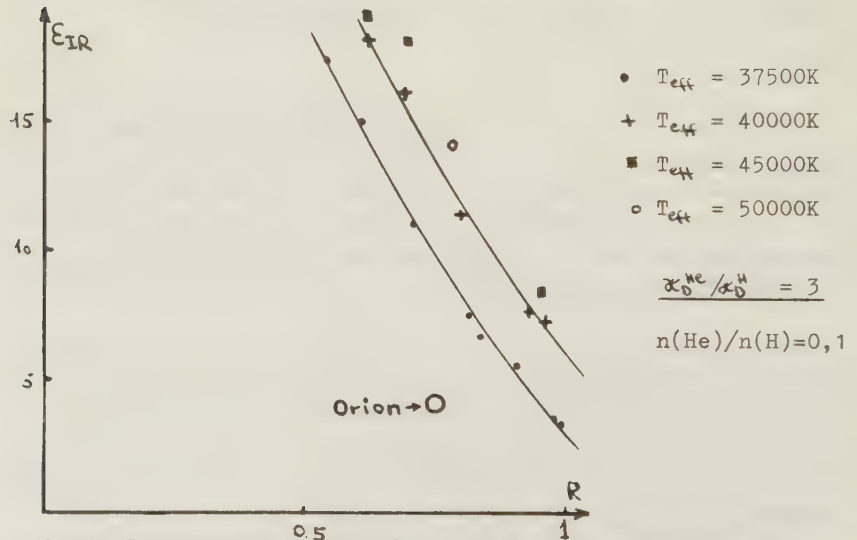


Abb.12 Beziehung zwischen ε_{IR} und R für verschiedene Dichteverteilungen, Zentralsterntemperaturen und Staubabsorptionskoeffizienten, aber mit festem $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H} = 3$. Der Kreis gibt die Lage des Zentralteils des Orion-Nebels wieder.

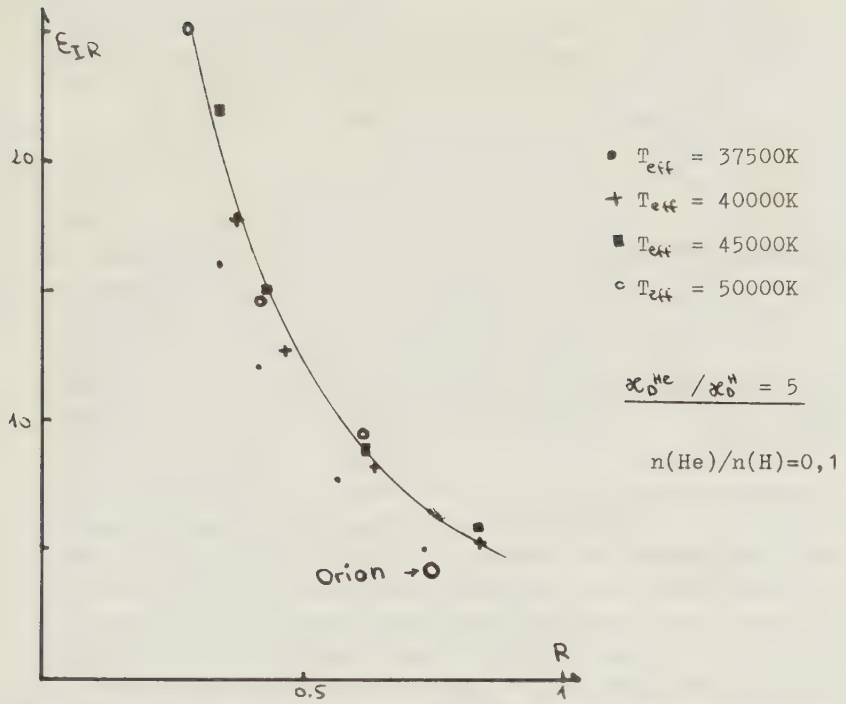


Abb.13 Beziehung zwischen ε_{IR} und R für verschiedene Dichteverteilungen und Zentralsterntemperaturen. $\varkappa_0$ = (100,500,200), also $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H}$ = 5. Der Kreis gibt die Lage des Zentralteils des Orion-Nebels wieder.

Die Energieverteilung im Spektrum eines O6-Sterns (T_{eff}=48000K) fällt für $\lambda \geq$ 912A mit wachsender Wellenlänge rasch ab. Da die Extinktionskurven des Staubes von langen Wellen herkommend einen steilen Anstieg zur Lyman-Kante zeigen (29), ist zu erwarten, daß $\varkappa_0^{\lambda > 912} \leq \varkappa_0^{H}$. Deshalb wird hier aus den Modellen folgender Schluß über die Staubabsorption gezogen:

a) $\varkappa_0^{He} / \varkappa_0^{H} \approx 5$. Für $\varkappa_0^{\lambda > 912} \geq 100 cm^2/g$ muß $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H}$ noch größer sein. Kleinere Verhältnisse $\varkappa_0^{He}/\varkappa_0^{H}$, die zu demselben R führen, setzen so große Absolutwerte von $\varkappa_0^{H}$ und $\varkappa_0^{He}$ voraus, daß diese nicht mehr mit einem IR-Exzess von ungefähr 4 zu vereinbaren sind.

b) Der über das gesamte Spektrum gemittelte Absorptionskoeffizient des Staubes liegt bei 150cm²/g. Bei Abweichungen von diesem Wert um einen Faktor 2 kann der beobachtete IR-Exzess kaum mehr durch Staubabsorption erklärt werden.

Bekanntlich reicht eine Staubsorte nicht aus, um die Extinktion im gesamten Spektralbereich vom IR über das Visuelle bis hinunter zu 1000A zu erklären. Man benötigt mehrere Komponenten mit verschiedenen Größenverteilungen und chemischen Zusammensetzungen, die jeweils nur in einem Bereich für die Extinktion verantwortlich sind. Hier wird nur eine Aussage über die im Lyman-Kontinuum absorbierenden Teilchen gemacht. Zwei Umstände erschweren die Interpretation des Resultats $\varkappa_0^{HC}/\varkappa_0^{H} \approx 5$:

a) Die Extinktionskurven unterscheiden sich beträchtlich in Richtung verschiedener Sterne (30). Dabei scheint es eine Rolle zu spielen, ob der Stern, in dessen Richtung die Extinktionskurve gemessen wird, sich innerhalb eines Gasnebels befindet oder nicht (31). Das Verhältnis m_{Staub}/m_{Gas} unterliegt zudem in den Nebeln starken Schwankungen. Im Zentralteil des Orion-Nebels ($\leq$0,1pc) ist es um einen Faktor 30 kleiner als weiter außen (32), und im Innern verläuft die Extinktionskurve im fernen UV flacher als außen. Eine HII-Region verändert wahrscheinlich die Eigenschaften des Staubes; sicher ist die Struktur des Nebels dabei wichtig. Man kann daher nicht von einem allgemeinen Extinktionsgesetz sprechen.

b) Die begleitenden Rechnungen über die Staubabsorption stützen sich auf die Mie-Theorie, die sich auf sphärische Teilchen beschränkt. Die nach dieser Theorie berechneten Wirkungsquerschnitte als Funktion von $x = 2\pi a/\lambda$ haben unabhängig vom Brechungsindex die Eigenschaft, daß sie für kleine x gegen Null und für große x gegen zwei gehen. Die theoretischen Kurven enden aber auch bei 1000A, weil für kleinere Wellenlängen der komplexe Brechungsindex nicht bekannt ist.

Das Ergebnis $\varkappa_0^{HC}/\varkappa_0^{H} \approx 5$ läßt keine eindeutigen Schlüsse auf die Staubsorte zu. Man kann mit verschiedenen Teilchengrößen und chemischen Zusammensetzungen zu diesem Wert gelangen.

Nach der Mie-Theorie müssen es aber sehr kleine Partikel sein ($a \leq 10^{-5}$cm), damit die Absorption zwischen 500 und 900A etwa fünf mal kleiner ist als zwischen 230 und 500A.

Nicht-homogene Staubverteilung. Dichte-begrenzte HII-Regionen

Aus den dynamischen Rechnungen des Kap.V folgt, daß der Staub aus der näheren Umgebung eines O-Sterns durch Strahlungsdruck fortgeblasen wird und Staubfronten sich bilden können. Von einer homogenen Verteilung des Staubes kann dann nicht die Rede sein. Sei die Staubfront im Abstand R_D vom Stern und sei in ihr aller Staub, der ursprünglich sich in geringerer Entfernung befand, in einer Schale konzentriert, so ist bei konstanter Gasdichte die optische Dicke τ_D vom Stern bis zum hinteren Ende der Staubfront auf ein Drittel gesunken. Bei kleinem R_D ist der Einfluß auf R und ε_{IR} gering. Bei großem R_D wird wegen $R_{HeII} \geq R_{HeIII}$ die optische Tiefe in der HeII-Region mehr gesenkt als in der HII-Region, wodurch R gegenüber dem Fall homogener Staubdichte steigt.

Bislang wurde vorausgesetzt, daß der gesamte Lyman-Fluß auch innerhalb der HII-Region entweder vom Gas oder vom Staub absorbiert wird. Sendet der Stern aber mehr Lyc-Photonen aus, als zur Ionisation des Gasnebels benötigt werden, können also Lyc-Quanten das HII-Gebiet verlassen, weil die Dichte am Rand abrupt abfällt, so besteht auch der obige Zusammenhang zwischen R und dem Spektraltyp des anregenden Sterns nicht mehr: R verschiebt sich gegen 1. Für Sterne früher als O6 gibt es Hinweise, daß etwa ein Drittel ihrer gewaltigen Lyman-Leuchtkraft in das interstellare Medium entweicht (33).

Die Ionisationsstruktur

In den Modellen ist $T_{*} =$ const angenommen. Es interessiert also nur der Gang der Ionisationsparameter z=n(HI)/n(H), y=n(HeI)/n(He) und der optischen Tiefe in der HII-Region. Für den Fall n(H) = 10^4 cm^{-3} zeigt die Abb.14 den Verlauf von y und z mit der Entfernung vom Stern, dessen Oberflächentemperatur T_{eff} = 35000K beträgt. Die Kurven a,b geben das Ergebnis einer staubfreien HII-Region wieder. Der Strömgren-Radius ist 2,12 10^{17} cm. In der Nähe des Sternes gibt es nur sehr wenige neutrale Atome und die optische Dicke ist entsprechend klein; noch bei 10^{17} cm ist τ_H = 0,12 und τ_{He} = 0,18. Der An-

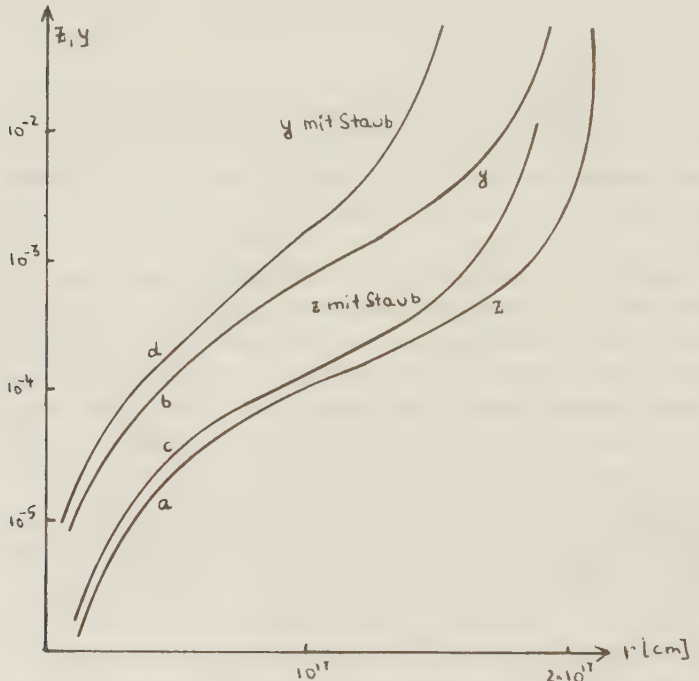


Abb.14 Gang der Ionisationsparameter z,y mit der Entfernung r vom Stern. T_{eff} = 35000K, Gasdichte n(H) = 10^4 cm^{-3}. Kurven a,b ohne Staub; Kurven c,d mit Staub, $\varkappa_{\delta}^{H}$ = 100cm^2/g, $\varkappa_{\delta}^{He}$ = 300cm^2/g.

teil der neutralen Atome nimmt aber außen rasch zu, da die Zahl der auf $1cm^2$ treffenden Photonen mit $1/r^2$ abfällt. Das Verhältnis von z/y liegt für den größten Teil des HII-Gebietes bei 0,1. Wasserstoff ist erheblich stärker ionisiert, weil es wenig Quanten mit $\lambda < 504A$ gibt; für T_{eff} =35000K ist $L_{\lambda He}/(L_{\lambda He} + L_{\lambda H}) = 0{,}096$. Zum Rand der HeII-Kugel sinkt z/y auf noch kleinere Werte. Auffallend ist der enorm steile Anstieg von z und y in den äußersten Schichten der entsprechenden Ionisationskugeln: Sind ausreichend neutrale Atome vorhanden, so daß sie die Sternstrahlung merklich absorbieren, stehen zur Ionisation der weiter außen liegenden Schichten noch viel weniger Photonen zur Verfügung, wodurch die Zahl der Ionen weiter rasch abfällt.

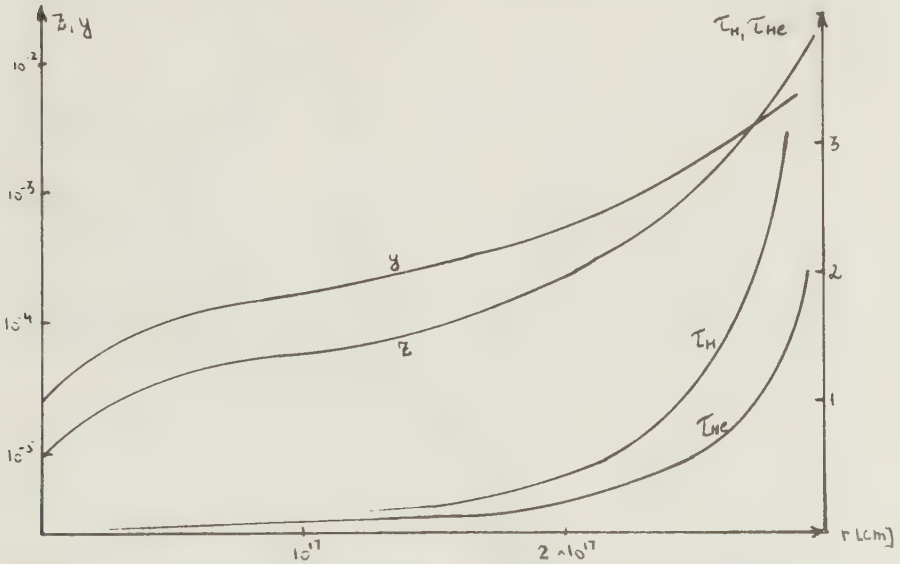


Abb.15 z,y und die optischen Tiefen τ_H, τ_{He} als Funktion von r. Staub ist nicht vorhanden. T_{eff} = 40000K, n(H) = $10^4 cm^{-3}$

Die atomaren Absorptionskoeffizienten wurden in den Modellen konstant gehalten. Rechnungen mit von der optischen Tiefe abhängigen Absorptionskoeffizienten (s. Kap.I. §4) bringen nur geringfügige Änderungen. Um sich den Einfluß zu veranschaulichen, betrachte man ein reines H-Gas. Der Radius der HII-Region $R_{H\,II}$ hängt nicht vom Absorptionskoeffizienten $\varkappa_H$ ab,

da in seine Bestimmung nur der Rekombinationskoeffizient eingeht. Dasselbe gilt für den Photonenfluß F(r), weil innerhalb jeder Kugel um den Stern genau so viele Quanten absorbiert werden, wie in ihr Elektronen rekombinieren. Die Ionisationsgleichung lautet

$$z\,\alpha_H\,F = n(H)\,\alpha_H^{(2)}$$

und nur der Ionisationsparameter z hat einen von α_H abhängigen Verlauf. Allerdings erst wenn die optische Tiefe $\tau_{L,H}$ an der Lyman-Kante viel größer als 1 ist, sinkt α_H als Funktion von $\tau_{L,H}$ merklich unter den Wert bei $\tau_{L,H} = 0$ (s.Abb.2) Im Fall konstanter Gasdichte liegt $\tau = 1$ bei $r = 0{,}86\ R_{H\,I}$

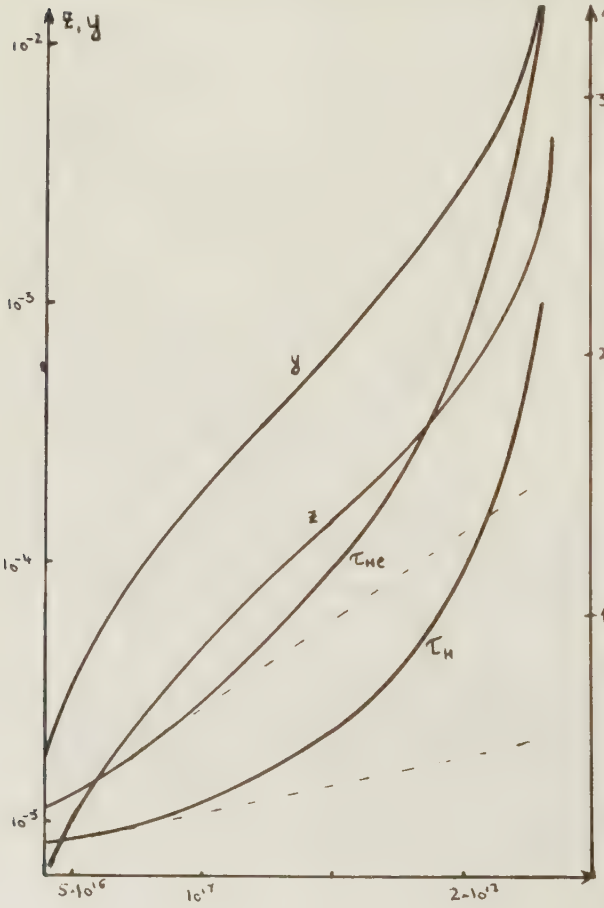


Abb.16 Wie Abb.15, aber diesmal mit Staub. $\alpha_D^H = 100\text{cm}^2/\text{g}$, $\alpha_D^{He} = 300\text{cm}^2/\text{g}$. Die schwach gestrichelten Linien bedeuten die allein vom Staub in den beiden Wellenlängenbereichen hervorgerufene optische Tiefe.

(1/e-tel der Gesamtstrahlung steht noch zur Ionisation des verbleibenden Volumens zur Verfügung). Nur in den äußersten Schichten wird z also größer sein als bei konstantem α_H. Ist Helium dem Gas beigemengt, so bleibt R_{HII} unverändert, während R_{HeII} und somit R und der Verlauf von y und z am Rand sich bei den ausführlichen Rechnungen mit frequenzabhängiger Absorption von den hier zu besprechenden Modellen ein wenig unterscheiden.

In Abb.14 sind ferner die Kurven für y und z mit Staubabsorption eingetragen ($\alpha_0^H = 100$, $\alpha_0^{He} = 300 cm^2/g$). In Sternnähe konvergieren sie gegen die Kurven a,b, während sie in größerem Abstand sich immer weiter vom staubfreien Fall entfernen und zwar ist die Abweichung für die He-Ionisation wegen $\alpha_0^{He} = 3\alpha_0^H$ am größten. Der Strömgren-Radius ist von $2{,}12 \cdot 10^{17}$ cm auf $1{,}95 \cdot 10^{17} cm$ geschrumpft, und R ist von 0,776 auf 0,536 gesunken.

In Abb.15 hat der Zentralstern eine Oberflächentemperatur von $T_{eff} = 40000K$. Staub ist nicht vorhanden und R ist gleich 1. He ist im Vergleich zum H stärker ionisiert als in Abb.14, da jetzt schon 37% aller Lyc-Quanten Wellenlängen kleiner als 504A haben. Am Rand ist y sogar kleiner als z: ohne die konkurrierende Absorption durch H-Atome wäre die HeII-Kugel größer als die HII-Kugel. Außerdem sieht man den Verlauf der optischen Tiefe in den beiden Wellenlängenbereichen des Lyman-Kontinuums. Stets ist $\tau_H > \tau_{He}$. Wenn das HII-Gebiet für Strahlung mit $\lambda < 504A$ optisch dick wird, ist τ_H schon größer als 2. Ist dem Gas Staub beigemengt (s. Abb.16), so liegt nun τ_{He} über τ_H und R sinkt unter 1. Die Kurven für die optische Tiefe des Staubes sind Tangenten an τ_H bzw. τ_{He} im Nullpunkt.

Wählt man eine andere Dichteverteilung, so bleibt der qualitative Verlauf erhalten. Abb.17 zeigt den Fall einer zum Zentrum mit 1/r ansteigenden Dichte. Im Kern ($r \leq 2{,}5 \cdot 10^{15} cm$) ist die Dichte $n(H) = 10^5 cm^{-3} = const.$ Bei $5 \cdot 10^{17} cm$ ist n(H) auf $500 cm^{-3}$ abgefallen und behält in den Außenregionen diesen Wert bei. Dem entsprechen die beobachteten Kondensationen in einem verdünnten HII-Gebiet.

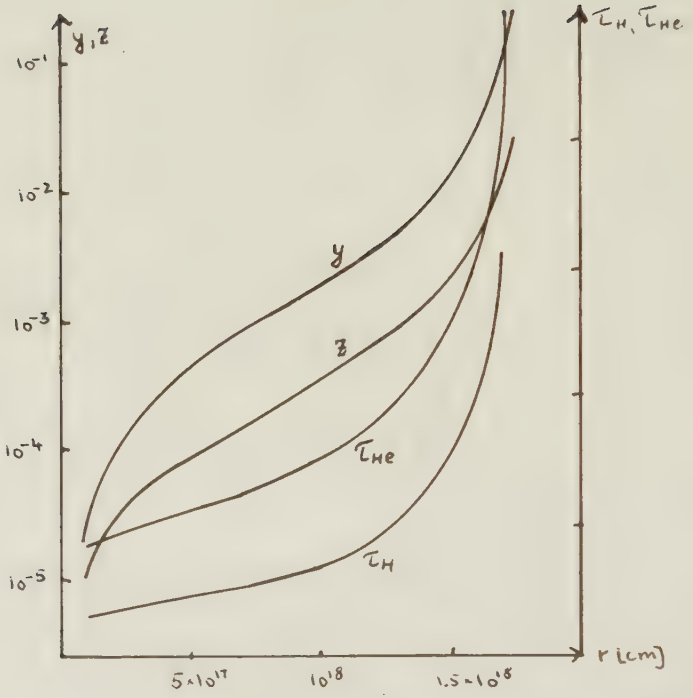


Abb.17 Ionisationsstruktur einer HII-Region mit Staub, κ_0^H = 100, κ_0^{He} = 300cm²/g. Temperatur des Zentralsterns T_{eff} = 40000K. Der Dichteverlauf entspricht einer kompakten HII-Region im verdünnten ionisierten Gas.

Kap.IV Dynamische Entwicklung einer staubfreien HII-Region

Zur Untersuchung der Dynamik einer staubfreien HII-Region sind eine Reihe von Sequenzen gerechnet worden:

a) mit konstanter Gasdichte (n(H)=const) und mit zum Rand abfallenden Dichten ($n \sim r^{-1}$ und $n \sim r^{-3/2}$)
b) mit verschiedenen O-Sternen im Zentrum (von 09 bis 06)
c) mit reinem Wasserstoff und mit einem Gemisch aus H und He
d) mit anfangs ruhendem Gas und mit vorgegebenem Geschwindigkeitsprofil einer aus dem Unendlichen frei fallenden Gasmasse.

Der qualitative Ablauf ist stets einheitlich. Er soll jetzt an einigen Beispielen diskutiert werden. Abb.18 zeigt die Ausbreitung einer I-Front nach dem plötzlichen Einschalten des Zentralsterns im Gas der Dichte $n(H) = 1000cm^{-3}$. Die innersten Regionen durchquert die I-Front mit sehr hoher Geschwindigkeit ($u_F > 10^3$ km/s). Der zeitliche Abfall ist ungefähr exponentiell. Wenn das Gas in Ruhe bliebe, würde der Radius der ionisierten Kugel asymptotisch gegen den Ström-

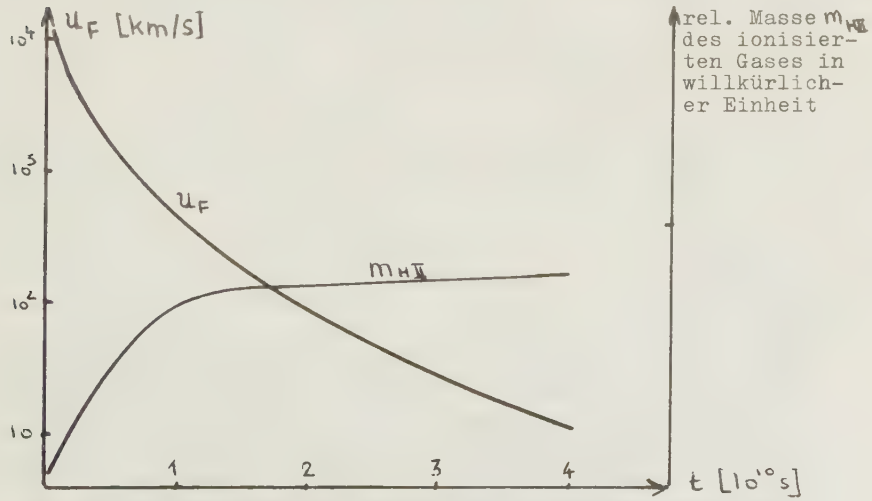


Abb.18 Das Anwachsen der Masse des ionisierten Gases und der Verlauf der Ausbreitungsgeschwindigkeit der I-Front mit der Zeit. $L_* = 3{,}1 \cdot 10^{49}$ Photonen/s, $n(H) = 1000cm^{-3}$.

gren-Radius R_{St} gehen und u_F gegen Null fallen. Da aber die Strömgren-Kugel wegen des in ihr herrschenden hohen Drucks keine Gleichgewichtskonfiguration darstellt, dehnt sie sich etwa mit Schallgeschwindigkeit aus. u_F ist bezogen auf den Stern, nicht auf das Gas, und nähert sich deshalb einem Wert, der bei 10km/s liegt.

Die ionisierte Masse wächst anfangs linear mit der Zeit und knickt dann in einen flachen Ast ab (s. Gl.(24)). Wegen des hohen Anteils der He-ionisierenden Strahlung fallen in Abb.18 die I-Fronten des H und He zusammen ($L_{\nu He}/L_{\nu H} = 0{,}33$). In Abb.19 ist $L_{\nu He}/L_{\nu H}$ nur 0,2. Hier eilt die I-Front des H der des He voraus. Die Gasdichte in diesem Beispiel ist $n(H)=10^5 cm^{-3}$, die charakteristische Zeit τ_{ion} (s. Gl.(25)) also um einen Faktor 100 kleiner. In Abb.19 ist nach $\tau_{ion} \approx 1$ Jahr der Nebel zu zwei Dritteln ionisiert, nach 3 Jahren fast vollständig.

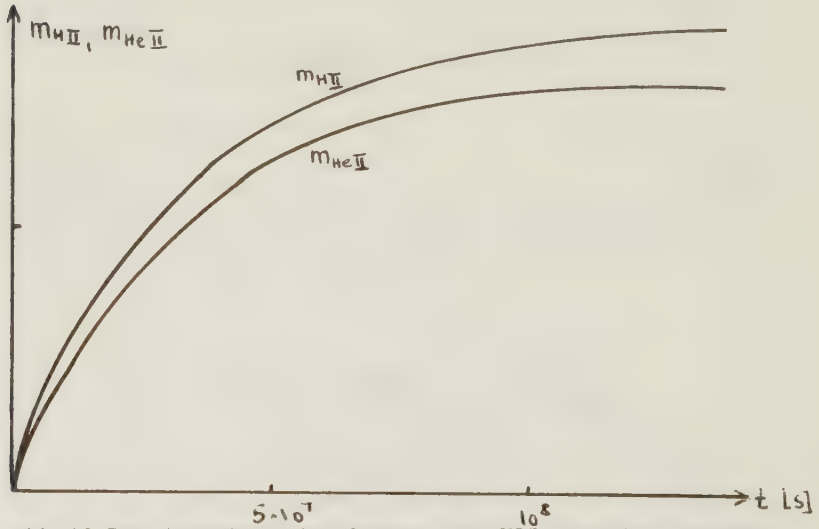


Abb.19 Das Anwachsen der Massen der HII- und HeII-Kugeln mit der Zeit. Als Ordinate ist wieder eine relative Masse in willkürlicher Einheit gewählt. Gasdichte $n(H) = 10^5 cm^{-3}$, $L_\nu = 4{,}5 \cdot 10^{48}$ Ph./s. $L_{\nu He}/L_{\nu H} = 0{,}2$, $n(He)/n(H) = 0{,}15$.

Kurz vor Erreichen des Strömgren-Radius ist die Geschwindigkeit der I-Front so weit abgefallen, daß sie das ionisierte Gas unmittelbar hinter der I-Front in Bewegung setzt (s. Abb.20). Noch ist die Front vom (schwachen) Typ R und damit $\rho_{HI} < \rho_{HII}$ Wenn die Geschwindigkeit der I-Front relativ zur HII-Region unter die Schallgeschwindugkeit sinkt, wandert die Störung in das HI-Gebiet und ein Schock im neutralen Gas eilt der I-Front voraus. Die Stoßwelle fegt das HI-Gas wie ein Schneepflug auf, der von der expandierenden HII-Region vorangetrieben wird. Die Dichte im Neutralgas ist nun größer $\rho_{HI} > \rho_{HII}$, und die I-Front ist vom schwachen Typ D(s. Abb.21)

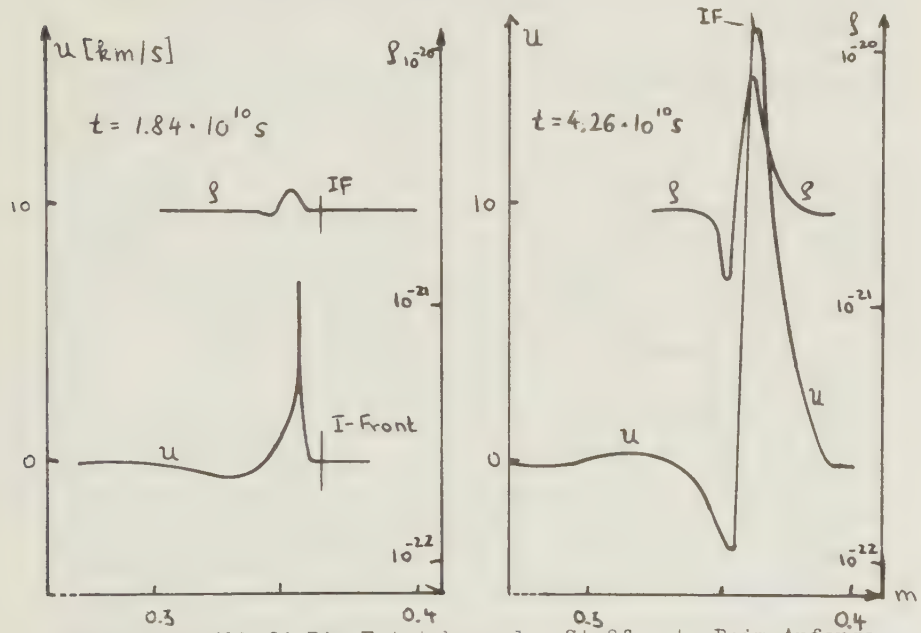


Abb.20 und Abb.21 Die Entstehung der Stoßfront. Beim Anfangsmodell waren u=0 , n(H) = 1000cm^{-3}.Die Lyc-Leuchtkraft des Sterns ist $L_* = 3{,}1 \cdot 10^{49}$ Photonen/s. Die Abszisse ist die auf 1 normierte Lagrangesche Koordinate m. Neben dem Verlauf von u und ρ ist die Lage der I-Front eingezeichnet.

Den Wechsel von der R- zur D-Front kann man sich hübsch in einem P - $1/\rho$ -Diagramm klarmachen (15). In diesem Diagramm werden die beiden Isothermen für das HI- uns das HII-Gas eingezeichnet. Übergänge zwischen den beiden Isothermen, durch Geraden dargesellt, müssen wegen der aus Gl.(17) und (18) folgenden Beziehung

$$(55) \qquad \frac{p_2 - p_1}{1/\rho_2 - 1/\rho_1} = -m_p^2 F^2$$

eine negative Steigung haben. Der Wechsel im Frontentyp und das Entstehen der Stoßfront folgen zwangsläufig aus dieser Bedingung.

Die reale physikalische Situation wird damit aber nur mangelhaft beschrieben. Zunächst ist die Annahme zweier isotherm aneinandergrenzender Gebiete unrealistisch. Gelangen nur sehr energiereiche Quanten an die I-Front, so wird das Gas dort stärker aufgeheizt als in der übrigen HII-Region. Das komprimierte HI-Gas nimmt eine durch die Kühlrate bestimmte Temperatur an, die für kurze Zeit mehr als 1000K betragen kann. Die I-Front stellt auch keine scharfe Diskontinuität dar; in ihr ändern sich Temperatur und Ionisationsgrad stetig.

Ähnliche Einschränkungen müssen zur Zeit der Entstehung der Stoßwelle bei den numerischen Rechnungen gemacht werden. Die Schrittweite ist zu groß, um Feinheiten im Verlauf der I-Front zu erfassen. Außerdem ist die I-Front viel breiter als die Stoßfront, während in der Numerik gerade die Stoßfront verschmiert wird. Die größte Unsicherheit resultiert aus den kaum bekannten Kühlfunktionen im neutralen und ionisierten Gas. Bei (starkem) adiabatischem Schock steigt die Dichte hinter der I-Front um das Vierfache, bei isothermem Schock um das Vierhundertfache.

Die Masse des ionisierten Gases fällt nach Gl.(2) wie 1/n. Bei einem Dichtesprung von 400, würde der gesamte Lyc-Fluß des Sterns nicht ausreichen, in den Rechnungen die nächste Massenschale vollständig zu ionisieren. Um den rein numeri-

schen Effekt einer sich mit konstanter Masse ausdehnenden HII-Region zu umgehen, muß man die Temperatur, und damit auch $V = 1/\rho$, der auf die I-Front folgenden Massenschale des HI-Gases künstlich heraufsetzen.

Aufgrund dieser Schwierigkeiten dürfen die numerischen Ergebnisse nicht überinterpretiert werden. Bei allen Rechnungen mit isothermem Schock stellt sich aber nach Ausbildung der Stoßfront eine Konfiguration wie in Abb.22 ein: In der Nähe des Sterns ist das anfängliche Dichte- und Geschwindigkeitsprofil noch ungeändert. Weiter außen hat sich das Gas durch die Expansion der HII-Region verdünnt, und Materie strömt in einer isothermen Verdünnungswelle nach. Diese Verdünnungswelle wandert zum Zentrum. Die Dichte und Geschwindigkeit in der HII-Region gleichen sich allmählich aus. Abb.23 zeigt eine noch

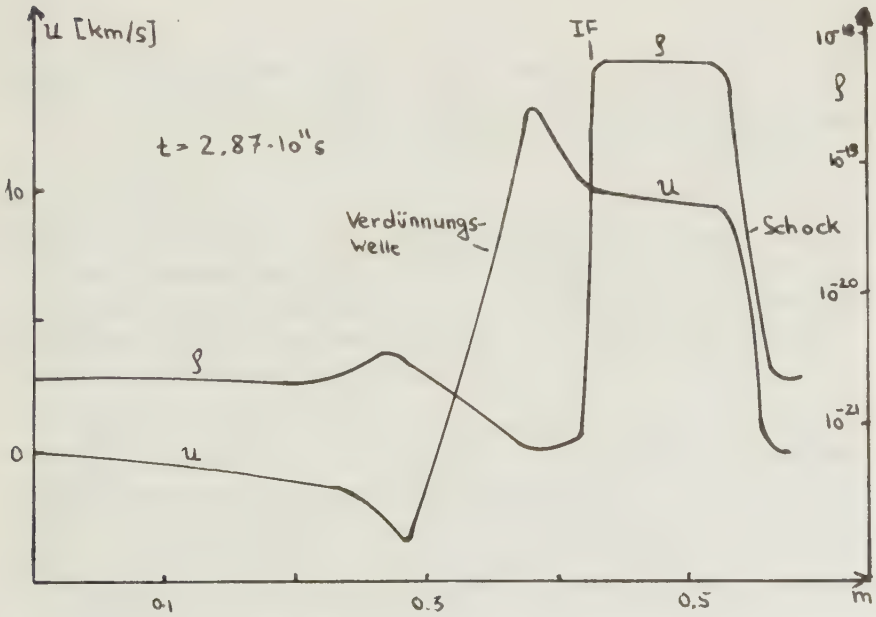


Abb.22 Struktur der HII-Region und des Gases außerhalb zu einem späteren Zeitpunkt. S. Text zu Abb.20. Schock und Verdünnungswelle sind nun voll ausgebildet.

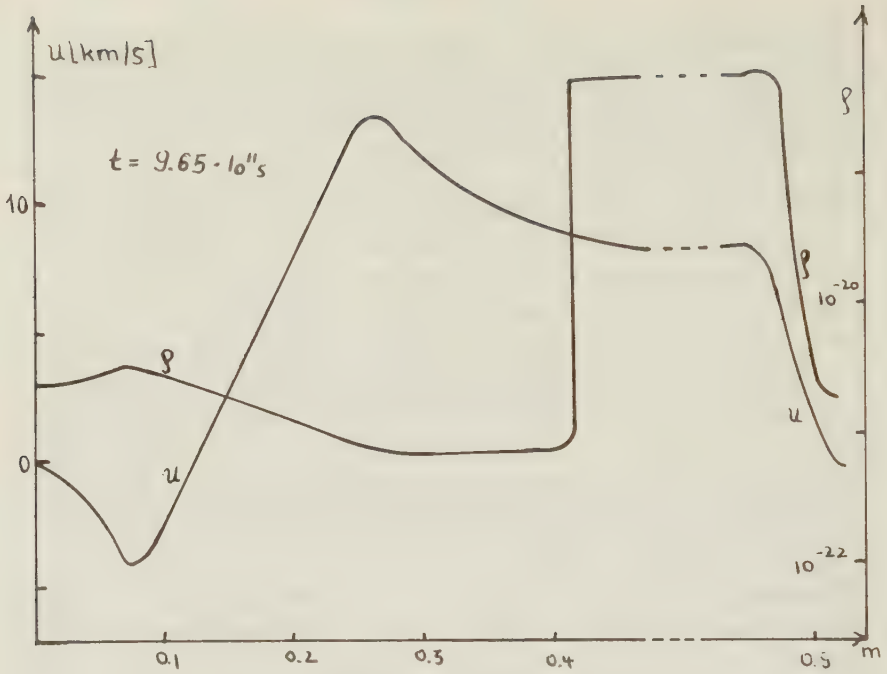


Abb.23 Verlauf von ϱ und u. Siehe Text zu Abb. 22

spätere Phase. Die Verdünnungswelle hat den Stern fast erreicht. Das geschockte HI-Gebiet ist inzwischen schon massereicher als die HII-Region, liegt aber nur in einer sehr dünnen Schicht, deren Dicke weniger als 1/1000 des Durchmessers der HII-Region mißt.

Die weitere Entwicklung der idealisierten, sphärisch symmetrischen HII-Region ist leicht zu beschreiben. Sie kann in guter Übereinstimmung mit den numerischen Ergebnissen allein analytisch gefunden werden (10), wenn man annimmt, daß in der HII-Region die Dichte nicht variiert, die I-Front vom schwachen Typ D ist und der Schock isotherm verläuft.

Der Radius der HII-Region vergrößert sich, die mittlere Dichte im Innern sinkt und dadurch kann weiteres neutrales Gas ionisiert werden. Wenn die Verdünnungswelle den Stern erreicht,

haben sich Störungen weitgehend ausgeglichen. I-Front und Stoßwelle laufen etwa gleichschnell. Die Geschwindigkeit u_{I} der I-Front relativ zum Stern wird bestimmt durch das Verhälnis der Dichte vor der Schockfront zur Dichte in der HII-Region. Im obigen Beispiel mit einem anfänglichen n(H) = 1000cm^{-3} hat sich nach 1,8.10^{12} s der Radius der ionisierten Kugel um 40% vergrößert und u_{I} ist von 11km/s auf 7km/s gesunken.

Das komprimierte Gas zwischen I-Front und Stoßwelle wächst beständig in Masse. Den stärksten Hinweis von der Beobachtung für die Existenz solchen kühlen und dichten HI-Gases bilden IR-Quellen und Radiomaser, welche kompakte HII-Regionen wie z.B. W3(OH) (34) im Rahmen der Postionsmeßgenauigkeit umgeben. Einheitliche Radialgeschwindigkeiten sprechen für einen physikalischen Zusammenhang.

Nach 1,8.10^{12} s beträgt die kinetische Energie des Gases E_{kin} = 7.10^{47} erg. Das sind 0,02% der gesamten vom Stern in dieser Zeit abgestrahlten Energie. Die zur Beschleunigung geleistete Arbeit wird dem interstellaren Medium zugeführt. Sie kann bei bekannter Radiusänderung der HII-Region aus der isothermen Ausdehnung abgeschätzt werden. Bei höheren Gasdichten ist der Wirkungsgrad der Beschleunigung noch geringer, bei späterem Spektraltyp des anregenden Sterns größer (35). Zur Ionisation der HII-Region wurden 3.10^{48} erg verbraucht, davon ein Zehntel zur Aufheizung des Gases. Über 99% strahlt der Nebel im Kontinuum der Frei-frei-Strahlung und in verbotenen Linien ab.

Entwicklungen mit anderen Anfangsmodellen

Zum Studium sehr kompakter HII-Regionen wurde eine Sequenz mit einer Anfangsdichte von n(H) = 10^{5} cm^{-3} gerechnet. Der anregende Zentralstern ist vom Typ O8 (L = 4,5.10^{48} Ph./s). Dabei wurde die Temperatur für die HII-Region zu 7000K, für die HeII-Region zu 9000K festgesetzt. Die dynamischen Effekte an der Helium-Ionisationsfront (s. Abb.19) sind wegen des geringen Druckunterschiedes klein. Allgemein verläuft die Entwick-

lung analog zu der oben beschriebenen. Wegen des geringen Ausmaßes der HII-Region ist die Zeitskala der dynamischen Entwicklung kürzer. Außerdem ist die Verdünnungswelle merklich breiter und der Wirkungsgrad für die Beschleunigung der Materie geringer: nach $4{,}4 \cdot 10^{10}$ s nur $3 \cdot 10^{-5}$.

Bei einer dritten Sequenz mit nach außen abfallender Dichte $n \sim r^{-1}$ und sehr langsam kühlendem HI-Gas überlagert sich der Verdünnungswelle die Expansion des Kerns und das geschockte Gebiet ist viel breiter.

Ein vorgegebenes Freifall-Geschwindigkeitsprofil ändert auch nicht den Ablauf im großen. Erst wenn man zu sehr hohen Dichten ($n > 10^{6}\,cm^{-3}$) und damit zu kleinen Lineardimensionen und großen Geschwindigkeiten ($u \gg 10$km/s) übergeht, wird sein Einfluß bestimmend. Dann aber kann ein isothermes Gas nicht mehr ausreichend der Gravitation im Zentrum entgegenwirken. Um zu verhindern, daß das Gas aus der Protosternwolke auf den Stern fällt, muß man einen "Sternwind" des Zentralsterns fordern. Tatsächlich beobachtet man bei OB-Sternen stark Doppler-verschobene Absorptionslinien.

Die Struktur der Ionisationsfront

Der große Dichtesprung an der I-Front um zweieinhalb Zehnerpotenzen in der späteren Entwicklung der HII-Region (s. Abb.22) drückt die Breite der Front $(\Delta r)_{IF}$ im gleichen Maße. $(\Delta r)_{IF}$ liegt damit weit unter der räumlichen Schrittweite des numerischen Differenzensystems. Einblick in die Struktur der I-Front kann man aus den Rechnungen nur gewinnen, solange das HI-Gas noch nicht geschockt ist. Auch darf die HII-Region nicht zu kompakt sein, denn mit steigender Dichte fällt das Verhältnis $(\Delta r)_{IF}/R_{St}$ der Frontbreite zum Strömgren-Radius:

$$\frac{(\Delta r)_{IF}}{R_{St}} = \frac{1}{n\alpha}\left[\frac{4\pi n^2 \alpha^{(2)}}{3L_*}\right]^{1/3} \sim \frac{1}{n^{4/3}}$$

In den Rechnungen wurde die räumliche Schrittweite um die I-Front auf ein Zehntel gesenkt. Dieses feine Raumgitter wandert, um unnötige Rechenzeit zu vermeiden, mit der Front. Abb.24 zeigt deshalb den Verlauf der I-Front für eine mittlere Gasdichte n(H) = 1000cm^{-3} zu dem Zeitpunkt, wo sich der Schock zu bilden beginnt. Das dazugehörige Dichte- und Geschwindigkeitsprofil findet sich in Abb.20.

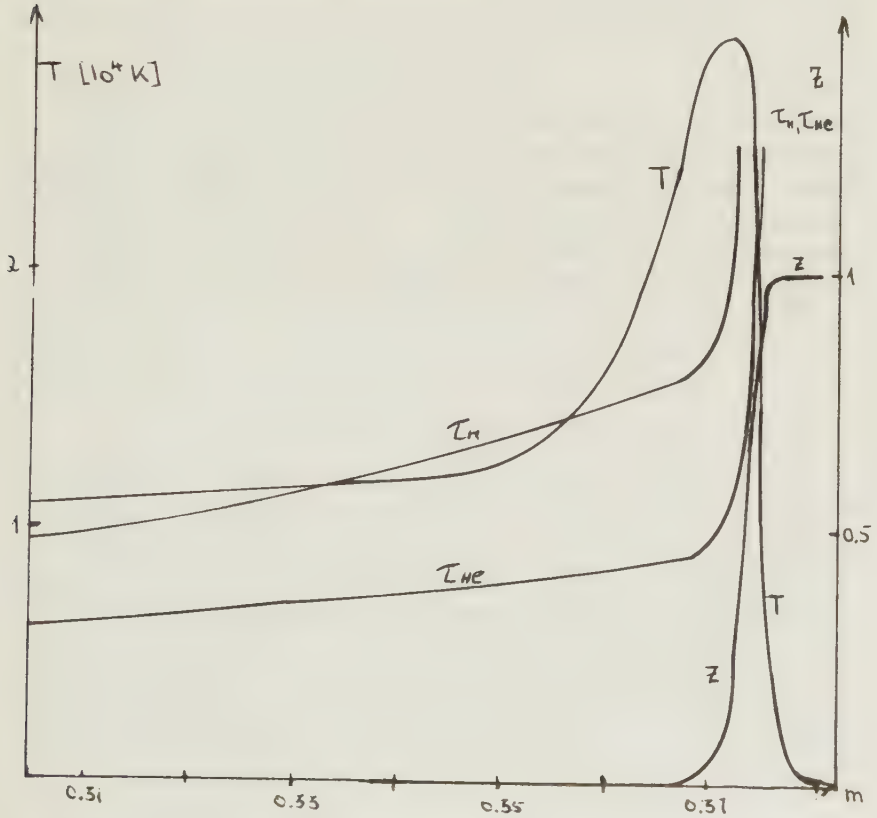


Abb.24 Die I-Front bei einem Gas der Dichte n(H) =1000cm^{-3} ohne vorauseilenden Schock. Erläuterung im Text.

Die atomaren Absorptionskoeffizienten fallen etwa wie ν^{-3} und nur sehr energiereiche Quanten erreichen die I-Front. Deshalb klettert die Temperatur bis auf 30000K. Die Energiegleichung enthält weiter nur den Kühlterm des verbotenen O[II] - Dubletts bei λ3727, obwohl in diesem harten Strahlungsfeld die höheren Ionisationsstufen stärker angeregt sind. Der Ionisationsparameter z=n(HI)/n(H) steigt abrupt an, biegt kurz vor Erreichen des Wertes 1 aber noch in einen flachen Teil ab. Die Kurve für y=n(HeI)/n(He) ist der Klarheit halber nicht eingezeichnet; sie liegt im HII-Gebiet etwas über, in der I-Front unter der Kurve für z. Selbst wenn nur noch 10% der Atome ionisiert sind, hat das Gas noch eine Temperatur von etwa 10000K. Die optischen Tiefen in den beiden Wellenlängenbereichen steigen mit der Zahl der neutralen Atome steil an. Die Breite der I-Front ist etwa $5 \cdot 10^{15}$ cm $\approx 10/n(H)\varkappa$ ($\varkappa = 2 \cdot 10^{-18}$ cm^2), die des heißen Gebietes ($T \gg 10000$K) vor der Font ungefähr $5 \cdot 10^{16}$ cm.

Kap.V Dynamische Entwicklung staubgefüllter HII-Regionen

Im Kap.III ist deutlich geworden, welche große Rolle die Staubabsorption für die Struktur dichter HII-Regionen spielt. Jetzt soll untersucht werden, wie der Staub die Dynamik beeinflußt, indem er den Strahlungsdruck aufnimmt und durch Reibungskopplung an das Gas weitergibt.

Kopplung zwischen Staub und Gas

Im Neutralgas überträgt der Staub Impuls hauptsächlich durch Stöße mit Wasserstoff-Atomen oder Molekülen. Die elektrische Aufladung der Staubteilchen und die Ionendichte ist gering, so daß Wechselwirkung durch Coulomb-Kräfte mit dem Gas vernachlässigt werden kann. Sei $\vec{w}$ die Geschwindigkeit eines Staubteilchens relativ zum ruhend gedachten Gas, $f(\vec{u})$ die Verteilung der Relativgeschwindigkeiten $\vec{u}$ zwischen dem Staubteilchen und den H-Atomen, so finden in einer Sekunde

$$n_H \cdot \int \sigma(u) \cdot u \, f(u) \, du = n_H \langle \sigma \cdot u \rangle \quad , u = |\vec{u}|$$

Stöße statt; die eckigen Klammern bedeuten Mittelung über eine räumliche Maxwell-Verteilung. Bei jedem Stoß ändere sich die Geschwindigkeit des Staubteilchens im Mittel um $\Delta \vec{w}$. Man definiert nun eine Bremszeit t_s so, daß w/t_s, $w = |\vec{w}|$, die mittlere Geschwindigkeitsänderung je Sekunde angibt, also

$$\frac{w}{t_s} = n_H \cdot \langle \sigma \cdot u \rangle \Delta w \quad , \quad \Delta w = |\Delta \vec{w}|$$

Δw findet man aus der Impulsbilanz des (elastischen) Stoßes unter der Voraussetzung, daß $m_g \gg m_p$:

$$m_g \cdot \Delta w = m_p w$$

also

$$\frac{1}{t_s} = n_H \cdot \langle \sigma u \rangle \frac{m_p}{m_g}$$

Zieht man σ aus der Klammer und setzt es gleich dem geometrischen Querschnitt der Staubteilchen σ_g und sei wegen $w_H \gg w$ $\langle u \rangle = \langle w_H \rangle$, so folgt (1c):

$$(56) \qquad \frac{1}{t_s} = \frac{2 n_H m_H \sigma_g}{m_g} \sqrt{\frac{2kT}{\pi m_H}}$$

Der Index H bedeutet Wasserstoff, und w_H ist die Geschwindigkeit eines H-Atoms relativ zum ruhenden Gas als ganzem. Bei der praktischen Benutzung der Formel (56) resultiert die größte Unsicherheit aus dem schlecht bekannten Wirkungsquerschnitt der Staubteilchen. Ferner ist die Driftgeschwindigkeit $\vec{w}$ des Staubes durch das Gas in Sternnähe nicht klein im Vergleich zur thermischen Geschwindigkeit der Atome und die Bedingung $w_H \gg w$ also nicht erfüllt. Deshalb sind t_s und die sich daraus ergebende Driftgeschwindigkeit keine sehr genauen Größen. Im HI-Gas der Dichte ρ mit T = 50K und $\rho_g = 1{,}1 g/cm^3$ bekommt man für die Gl.(56)

$$t_s = 2{,}0 \cdot 10^{-5} \frac{a}{\rho} \qquad ; \quad a = \text{Radius des Staubkorns}$$

Im ionisierten Gas erwartet man eine stärkere elektrische Aufladung des Staubes. Im Gleichgewicht ist pro Zeiteinheit die Zahl der durch Photoionisation herausgeschleuderten Elektronen und der durch Einfang gewonnenen Ionen gleich der Zahl der auf das Teilchen treffenden Elektronen. Diese Bedingung liefert die effektive Ladung Z_g. Abschätzungen für Staubkörner mit dem Radius $a = 3 \cdot 10^{-5}$ cm ergeben $Z_g > 400$ in Sternnähe (36). Wegen der kaum bekannten Festkörpereigenschaften des Staubes ist dieser Wert besonders unsicher. Aufgrund der weitreichenden Coulomb-Kräfte ist die Kopplung des Staubes mit ionisiertem Gas viel stärker als mit Neutralgas, und die Bremszeiten t_s liegen um drei Größenordnungen tiefer. Deshalb wird angenommen, daß der Staub in der HII-Region eingefroren ist.

Enstehung einer Staubfront

Aus Modellrechnungen massereicher Protosterne geht hervor, daß ein $30 M_\odot$ -Stern über 10000 Jahre vor Erreichen der Hauptreihe schon die volle Hauptreihenleuchtkraft besitzt, allerdings bei kühlerer Oberfläche. Während dieser Zeit bleibt die den Proto-

stern umgebende Gashülle neutral und der Strahlungsdruck bläst den Staub bei relativ schwacher Kopplung mit dem Gas nach außen. Die Geschwindigkeit der Staubkörner sinkt mit der Entfernung vom Stern, da die Strahlung durch geometrische Verdünnung und Absorption geschwächt wird. Es bildet sich folgende Konfiguration aus: Bis zu einem Abstand R_D vom Stern ist die Hülle vom Staub leergefegt. Bei R_D trifft die Strahlung auf den Staub und bewegt ihn mit der Driftgeschwindigkeit durch das Gas, bei welcher der Strahlungsdruck den Reibungskräften mit dem Gas die Waage hält. Für $r > R_D$ sinkt die Driftgeschwindigkeit rasch ab. Während die staubfreie Zone sich ausdehnt, liest die vor R_D liegende Schicht wie ein Schneepflug allen Staub auf ihrem Wege auf. Man spricht von einer Staubfront.

Die Gleichungen des Zweikomponenten-Modells

Die Dynamik muß für die beiden Komponenten Gas und Staub berechnet werden. In der Bewegungsgleichung des Gases ist ein zusätzliches Glied für Reibungskopplung mit dem Staub anzubringen:

$$(57)\quad \frac{\partial u}{\partial t} + 4\pi r^2 \frac{\partial (P+Q)}{\partial m} + \frac{G(m+M_0)}{r^2} - \frac{\rho_0}{\rho}\frac{w}{t_s} = 0$$

Der Index „D" bezieht sich auf den Staub; $w = u - u_D$ ist die Driftgeschwindigkeit.

Die Bewegungsgleichung für ein Staubkorn lautet:

$$(58)\quad \frac{\partial w}{\partial t} - F\frac{\pi a^2}{c m_g} Q_p + \frac{w}{t_s} + \frac{G(m+M_0)}{r_0^2} = 0$$

F ist die auf $1\,cm^2$ in 1s fallende Energie und Q_p ein Wirkungsfaktor für Strahlungsdruck, der mangels besseren Wissens zu 1 gesetzt wird. Damit ist der Strahlungsdruck

$$F\frac{\pi a^2 Q_p}{c m_g} = 2.3 \cdot 10^{-11}\,\frac{F}{a}$$

Hinzu kommen die Gleichungen

$$(59) \qquad w = \frac{\partial r_D}{\partial t} - u \quad ; \quad u_D := \frac{\partial r_D}{\partial t}$$

$$(60) \qquad \frac{\partial r_D^3}{\partial m_D} = \frac{3}{4\pi \rho_D}$$

Die Gl.(58) bis (60) werden durch einmalige Iteration aus den zugehörigen Differenzengleichungen

$$(61) \qquad \frac{w_j^{\nu+1} - w_j^{\nu}}{\tau} = 2.3 \cdot 10^{-11} \frac{F_j}{a} - \frac{w_j^{\nu}}{t_s} - \frac{G(M_0+m)}{(r_{Dj}^{\nu})^2}$$

$$(62) \qquad w_j^{\nu+1} = \frac{r_{Dj}^{\nu+1} - r_{Dj}^{\nu}}{\tau} - \frac{1}{2}\left[u_j^{\nu+1} + u_j^{\nu}\right]$$

$$(63) \qquad \frac{(r_{Dj+1}^{\nu+1})^3 - (r_{Dj}^{\nu+1})^3}{\Delta m_D} = \frac{3}{4\pi \rho_{Dj+1/2}^{\nu+1}}$$

gelöst. j bezeichne die räumlichen Gitterpunkte. Die Werte der nullten Iteration haben eine Schlange. Aus Gl.(61) wird zunächst ein genähertes $\tilde{w}_j^{\nu+1}$ bestimmt, damit aus Gl.(62) $\tilde{r}_{Dj}^{\nu+1}$, und schließlich geht man mit diesen Werten zurück zur Gl.(61) und erhält das endgültige $w_j^{\nu+1}$. Gl.(63) bestimmt die Staubdichte.

Die Staubteilchen sollen nicht miteinander wechselwirken; deshalb gibt es keinen Druckterm. Um ihn einzuführen, müßte die räumliche Schrittweite wesentlich größer sein als die freie Weglänge λ der Staubteilchen für Stöße untereinander. Das hätte ein unzulässig grobes Raumgitter zur Folge. Außerdem würden die entstehenden Schockwellen die Einführung einer künstlichen Staubviskosität nötig machen. Ohne Druckterm ist keine Schallgeschwindigkeit definiert und damit gibt es keine Begrenzung an den Zeitschritt.

Die freie Weglänge der Staubteilchen λ ist

$$\lambda = \frac{1}{4\pi a^2 N_D} = \frac{a \rho_g}{3 \rho_D}$$

N_0 ist die Zahl der Staubkörner pro cm^3. Mit $\varrho_0/\varrho = 0{,}01$ und $\varrho = 10^{-18} g/cm^3$ in der Sternumgebung ist $\lambda = 10^{15} cm$. Die Driftgeschwindigkeit w eines einzelnen Staubteilchens im Abstand r vom Stern der Leuchtkraft L (erg/s), das sich im ungeschwächten Strahlungsfeld befindet, berechnet sich aus

$$\frac{w}{t_s} = \frac{L \pi a^2 Q_p}{4\pi r^2 c\, m_g}$$

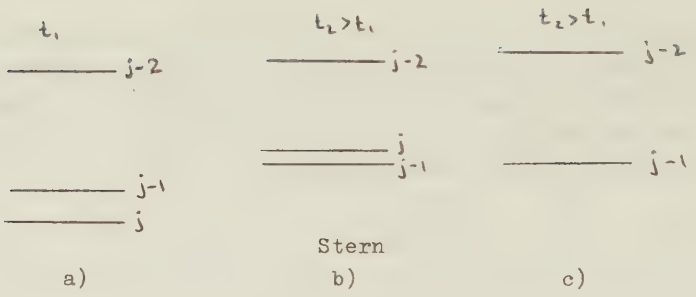
zu

$$w = 3.6 \cdot 10^{-17} \frac{L}{\varrho r^2} \qquad (64)$$

Auch für $r = 10^{17} cm$ kann w noch eine Zehnerpotenz größer sein als die Schallgeschwindigkeit des HI-Gases.

Der freien Weglänge $\lambda = 10^{15} cm$ entspricht eine durch Staubabsorption hervorgerufene optische Dicke $\tau_0 = 0{,}15$ ($\varkappa_0 = 150 cm^2/g$, $\varrho = 10^{-18} g/cm^3$), d.h. nach $10^{15} cm$ fällt auch w um etwa 15%. Die Relativgeschwindigkeiten beim Stoß zweier Staubkörner sind also auf der Innenseite der Staubfront von der Größenordnung 1km/s. Solche heftigen Stöße werden die Teilchen nicht unbeschadet überstehen und wahrscheinlich zerfallen. Dadurch sinkt λ und die folgenden Stöße werden wegen der reduzierten Relativgeschwindigkeiten weniger katastrophal verlaufen. Die Staubkörner geben beim Aufprall auf die ihnen vorhereilenden Teilchen Impuls ab, und die theoretische Driftgeschwindigkeit der Gl.(64) wird nicht erreicht.

Tatsächlich ist also die Annahme, daß die Staubteilchen nicht untereinander wechselwirken, schlecht. Dieser Umstand wird in den Rechnungen grob folgendermaßen berücksichtigt: Die räumliche Schrittweite des Differenzenschemas wird etwa so groß wie die freie Weglänge λ beim Anfangsmodell gewählt. Zur Zeit $t_1 > 0$ haben die innersten Schichten die Konfiguration a). Beim nächsten Zeitschritt $t_2 > t_1$ möge die Schicht j die Schicht j-1 überholt haben (b). Der Gitterpunkt j wird nun fortgelassen (c), die Gesamtzahl der räumlichen Schritte verringert sich also um eins, und die neuen Geschwindigkeiten w_{j-1} und w_j ergeben sich aus dem Impulserhaltungssatz:



Erst wenn die freie Weglänge durch die wachsende Dichte ρ_D in der Staubfront weit unter $r_{j-1} - r_j$ gesunken ist, ist diese Rechnungsweise nicht mehr zulässig.

Die Entwicklung einer Protosternhülle

Zum Schluß soll die Entwicklung einer Protosternhülle diskutiert werden. Im Zentrum stehe ein Vorhauptreihen - O6 Stern, der schon die volle Leuchtkraft von $1{,}5 \cdot 10^{33}$ erg/s abstrahlt, aber noch eine kühle Oberfläche besitzt und seine Umgebung nicht zu ionisieren vermag. Die Dichte der Protosternwolke nimmt nach innen wie 1/r zu:

$$\rho = 4.68 \cdot 10^{-2} / r$$

Im Abstand $r = 10^{16}$ cm beträgt die Teilchendichte noch $2 \cdot 10^6$ cm^{-3} und innerhalb einer Kugel um den Stern mit dem Radius $r = 10^{17}$ cm sind $\sim 1{,}5 M_\odot$ enthalten. Gas und Staub sind gleichmäßig im Massenverhältnis 100:1 durchmischt. Das Gas ruhe anfangs, um die durch die Staubfront hervorgerufenen Effekte besser verfolgen zu können.

Mit dem eben besprochenen mathematischen Apparat wird die Bildung und Ausbreitung der Staubfront berechnet. Abb.25 zeigt das Ergebnis. Dort ist über der Zeit die Entfernung R_D der Staubfront vom Stern und ihre Masse M_D abgetragen. In Sternnähe ist der Strahlungsdruck besonders groß und schon nach 10 Jahren ist bis zu 10^{16} cm vom Stern die Wolke staubfrei. Nach 60 Jahren ($\sim 2 \cdot 10^9$ s) breitet sich die Staubfront mit $u_D = 4 \cdot 10^5$ cm/s

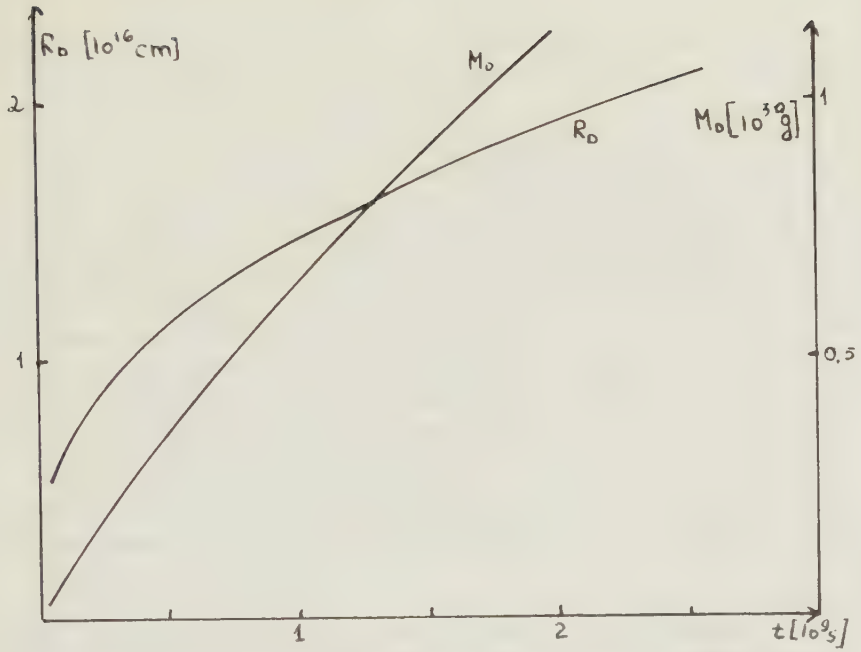


Abb.25 Ausbreitung der Staubfront. Abgetragen sind über der Zeit die Masse und Geschwindigkeit der Staubfront. Leuchtkraft des Sterns L = $1{,}5 \cdot 10^{33}$ erg/s; Dichteverteilung des Gases $\varrho = 4{,}68 \cdot 10^{-2}/r$.

aus. Die Masse wächst fast linear an. Tatsächlich sinkt die freie Weglänge schon nach $5 \cdot 10^3$ s beträchtlich unter die Schrittweite des Differenzenschemas. Deshalb ist zu erwarten, daß die Kurven für R_D und M_D sehr viel flacher sind. Während dieser ersten raschen Ausbreitungsphase bleibt das Gas wegen der geringen Kopplung in Ruhe.

Gleichgültig wie die Kurven in Abb.25 verlaufen, für $R_D = 3 \cdot 10^{16}$ cm hat die Staubfront eine Masse $M_D = 2{,}6 \cdot 10^{30}$ g und ihre optische Tiefe beträgt unabhängig von der Breite $(\Delta r)_{DF}$ der Staubfront $\tau_D \approx 3{,}5$ ($\varkappa_D = 15000\,\mathrm{cm}^2$ pro 1g Staubmaterie). Die Staubfront verschluckt also fast alles Licht und nimmt den gesamten Impuls L/c der Sternstrahlung auf. Aus dieser Bedingung bekommt man die Driftgeschwindigkeit w der optisch dicken Front:

$$\frac{L}{c} = \frac{w}{t_s} M_0 \Rightarrow$$

$$w = 2 \cdot 10^{-5} \frac{La}{c \varrho M_0} \tag{65}$$

a und in gewissem Sinne auch M_0 sind hier freie Parameter, mit denen man Zertrümmerung der Teilchen durch Stöße und Verdampfen ihrer Eishülle Rechnung tragen kann. Zunächst sei angenommem, daß die Staubteilchen erhalten bleiben und ihr mittlerer Radius betrage $a = 5 \cdot 10^{-6}$cm. Zur Bestimmung von w aus Gl.(65) muß man ϱ in der Staubfront kennen. Das auffallende Gas wird in der Front abgebremst und die Gasdichte ist deshalb dort wesentlich höher als in der Umgebung. Den genauen Wert für w erhält man aus den Rechnungen; er liegt bei 1km/s. Der Staub driftet dann in 3000 Jahren ungefähr 10^{16}cm durch das Gas.

In der weiteren Entwicklung der Protosternwolke wird nun die Phase übersprungen, in der der Stern langsam heißer wird. Im neuen Anfangsmodell habe er schon ein Viertel seiner wie $\sim t^3$ anwachsenden Lyc-Leuchtkraft und erreiche in 3000 Jahren die Hauptreihe. Die Dichteverteilung sei wieder $\varrho = 4{,}68 \cdot 10^{-2}/r$ und das Gas ruhe. Eine Staubfront der Masse $4{,}6 \cdot 10^{30}$g befinde sich im Abstand $4 \cdot 10^{16}$cm vom Stern und bewege sich unter dem Einfluß des Strahlungsdruckes nach außen. Ihre Breite betrage $(\Delta r)_{DF} = 5 \cdot 10^{14}$cm. Die Gleichungen (58) bis (60) entfallen nun. Es wird nur noch die Geschwindigkeit der Staubfront aus Gl.(65) berechnet, ferner ihr Abstand zum Stern und ihr Zuwachs an Masse nach dem Schneepflugmodell.

Nach 1000 Jahren (Abb.26) ist die I-Front $4{,}2 \cdot 10^{16}$cm vom Stern entfernt. Die Dichte in der HII-Region hat sich auf einen mittleren Wert von $\varrho = 10^{-18}$g/cm^3 ausgeglichen und das Gas expandiert gleichmäßig mit ~3km/s. Die I-Front ist vom schwachen Typ D. Dahinter liegt das geschockte HI-Gas, das trotz seiner geringen Dicke die dreifache Masse der HII-Region besitzt. In ihm fällt die Dichte leicht ab. Die Staubfront ist schon bei $6{,}4 \cdot 10^{16}$cm angelangt. Ihre Masse beträgt $1{,}2 \cdot 10^{31}$g

und die Driftgeschwindigkeit durch das Gas ~0,8km/s. Die Staubfront ist inzwischen so massereich und dicht, daß sie das Gas mit Überschallgeschwindigkeit mit sich reißt. Deshalb eilt der Staubfront auch kein Schock voraus. Auf ihrer Rückseite tritt das Gas mit geringerer Relativgeschwindigkeit, aber dafür mit erhöhter Dichte aus. Wegen der großen Ausbreitungsgeschwindigkeit der Staubfront befindet sich zwischen ihr und der HII-Region ein breites Dichteminimum. Zum Vergleich ist die Dichte des Anfangsmodells gestrichelt eingezeichnet.

Die Breite der Staubfront ist praktisch unbekannt. In die Kopplung mit dem Gas geht nur die Zahl der Stöße mit den Staubteilchen ein, die ein Gasatom auf dem Weg durch die Front erleidet. Etwas Entsprechendes gilt für die durch die Staubfront diffundierenden Lichtquanten. Deshalb wird der willkürlich gewählte Wert für $(\Delta r)_{DF}$ vermutlich keinen großen Einfluß auf die Rechnungen haben.

Die weitere Entwicklung ist bislang noch nicht gerechnet. Sie wird nach den Erwartungen folgendermaßen verlaufen: Die HII-Region wächst in Masse und überholt die Staubfront. Damit ist der Staub im Gas eingefroren. Das hochkomprimierte Gas in der Staubfront und dahinter wird sich ausdehnen und seine Dichte der Umgebung anpassen. Dadurch verbreitert sich die Staubfront um etwa drei Zehnerpotenzen. Der Staub behält aber die Ringstruktur bei, die sich vielleicht bei Infrarotmessungen von kompakten HII-Regionen mit hoher Auflösung beobachten läßt.

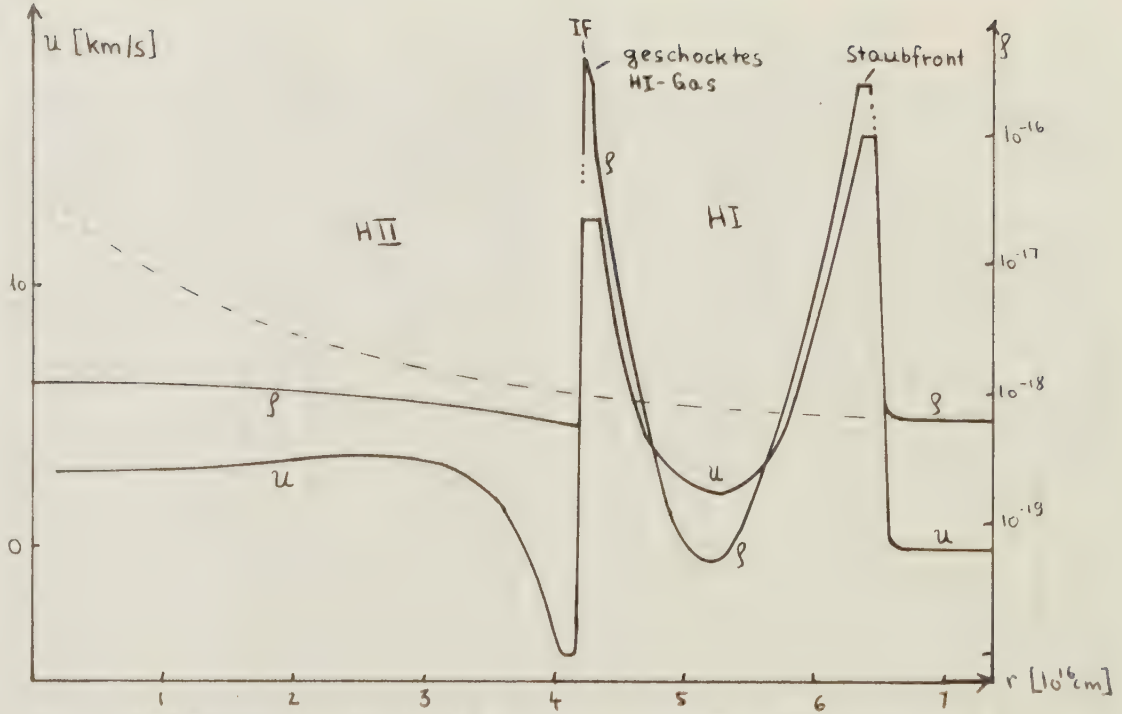


Abb.26 Verlauf von ϱ und u in der Protosternwolke $3{,}6 \cdot 10^{16}$s nach dem im Text beschriebenen Anfangsmodell. Staubfront und geschocktes HI-Gas sind etwas zu breit dargestellt.

a	Radius der Staubteilchen
c	Lichtgeschwindigkeit
c^*	Parameter der künstlichen Viskosität
$f = L'_H / L_*$	
f_1, f_2	Korrekturfaktoren bei der Rekombinationsrate
$f(u)$	Verteilungsfunktion der Geschwingigkeiten
C_1, C_2	Isotherme Schallgeschwindigkeit
F	Fluß in erg/s·cm^2 oder Photonen/s·cm^2
F_*	Fluß an der Sternoberfläche
$F_H, F_{He}, F^{\lambda>912}$	Fluß in den drei Wellenlängenbereichen
h	Wirkungsquantum
k	Boltzmann-Konstante
m_p	Protonenmasse
$M_\odot$	Sternmasse
M_D	Masse der Staubfront
m	Lagrangesche Ortskoordinate (Masse)
L_*	Lyc-Leuchtkraft des Sterns in Photonen/s
L'_*	Zahl der pro s vom Gas absorbierten Lyc-Photonen
L_H^{Diff}	Zahl der pro s im Nebel durch Rekombinationen in den Grundzustand des H produzierten Photonen
$L_H, L_{He}, L^{\lambda>912}$	Gesamtfluß in den drei Wellenlängenbereichen
M_{St}	Masse der Strömgren-Kugel
n	Teilchendichte in cm^{-3}
n_e, n_p, n_H	Teilchendichte der Elektronen, Protonen, H-Atome
$n(A)$	Gesamte Teilchendichte des Elements A
$n(AI)$	Teilchendichte der neutralen Atome des Elements A
$n(AII)$	Teilchendichte der ionisierten Atome von A
n_g, N_0	Teilchendichte der Staubkörner
m_g	Masse eines Staubkorns
P	Gasdichte
Q	Künstliche Viskosität
R	Verhältnis (gewichtet mit dem Quadrat der Protonendichte) des Volumens der HeII- zur HII-Kugel
R_{St}	Radius der Strömgren-Kugel
R_*	Sternsradius
R_0	Abstand der Staubfront vom Stern
T	Gastemperatur
T_{eff}	Effektivtemperatur des Sterns
r	Abstand zum Stern

u	Geschwindigkeit
u_o , u_F	Geschw. der Staubfront bzw. der I-Front
V	Reziproke Dichte
Vol_{St}	Volumen der Strömgren-Kugel
w	Driftgeschwindigkeit des Staubes durch das Gas
w_H	Thermische Geschw. eines H-Atoms
Q_P	Wirkungsfaktor für Strahlungsdruck
α	Rekombinationskoeffizent, Def. in Kap.I §2
ν_1, ν_2, ν_3	Frequenzen zu den Wellenlängen 912, 504, 227A
λ	Wellenlänge
λ	Freie Weglänge für Stöße der Staubteilchen
$\varkappa_H$	Atomarer Absorptionskoeffizient (AK) von H von 504 bis 912A in cm
$\varkappa_H^{\lambda<504}$	Atomarer AK von H von 227 bis 504A
$\varkappa_{He}$	Atomarer AK von He von 227 bis 504A
$\varkappa_D^{\lambda>912}$	AK von Staub für $\lambda>912$A in cm^2/g
$\varkappa_D^{H}$	AK von Staub von 504 bis 912A
$\varkappa_D^{He}$	AK von Staub für $\lambda<504$A
τ_D	Optische Tiefe von Staub
$\tau_{L,H}$, $\tau_{L,He}$	Optische Tiefe von Gas an den Lymankanten von H bzw. He
$\tau_{ion}, \tau_{rek}, \tau_{Lyc}$	Zeitskalen, Erläuterung im Text
χ_H, χ_{He}	Ionisationspotential von H bzw. He
σ	Wirkungsquerschnitt
ε_{IR}	Infrarot-Exzess

Literaturverzeichnis

1. J. Schraml, P. Mezger ApJ 156,269 1969
2. P Thaddeus et al. ApJ 168,L59 1971
3. R. Rubin A.J. 74,994 1969
4. J. Mathis ApJ 167,261 1971
5. V. Petrosian, J. Silk, G. Field ApJ 177,L69 1972
6. W. Mathews ApJ 142,1120 1965
7. B. Lasker ApJ 143,700 1966
8. K. Davidson Astrophys. and Space Sci. 6,422 1970
9. B. Strömgren ApJ 89,526 1939
10. L. Spitzer in "Diffuse Matter in Space", Interscience Publishers 1968
11. A. Burgess, M. Seaton MN 121,471 1960
12. L. Auer, D. Mihalas ApJ Suppl. 205 1972
13. S. Kaplan, S. Pikelner in "The Interstellar Medium" Harvard University Press 1970
14. F. Kahn BAN 12,187 1954
15. Y. Terzian in "Interstellar Ionized Hydrogen" erschienen bei W. Benjamin, Inc. 1968
16. P. Bodenheimer Rep.Prog.Phys. 35,1 1972
17. F. Kahn in "Planetary Nebulae" erschienen bei D. Osterbrock und C. O Dell, p.236 1968
18. R. Robbins ApJ 160,590 1970
19. R. Richtmyer in "Difference Methods For Initial Value Problems" erschienen bei Intersci. Publ., New York 1957
20. R. Hjellming ApJ 143,420 1966
21. W. Mathews ApJ 157,583 1969
22. H. Yorke private Mittelung
23. K. Winkler private Mitteilung
24. Н. Зненко, В. Неубажаев Труды института им. Стеклова 74 1966
25. E. Churchwell, P. Mezger Vorabdruck 1973
26. D. Harper, F. Low ApJ 165,L9 1971
27. P. Mezger in "Interstellar Matter", Proc. 2nd Adv. Course Publication Geneva Observatory
28. P. Mezger, E. Churchwell, L. Smith private Mitteilung
29. D. York et al. ApJ 182,L1 1973
30. R. Bless, Savage ApJ 171,293 1972
31. G. Goy A&A 21,11 1972
32. W. Hubbard, M. Peimbert, C. O Dell ApJ 143,743 1966

33. E. Churchwell IAU Symposium Nr.60 1973
34. J. Wink, W. Altenhoff A&A 22,251 1973
35. B. Lasker ApJ 149,23 1967
36. W. Mathews ApJ 147,965 1967

Herrn Professor Dr. R. Kippenhahn danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für die Betreuung. Ebenso allen Mitarbeitern der Göttinger Sternwarte für Anleitungen und Diskussionen, insbesondere Herrn Dr. I. Appenzeller.

Herrn Professor P. Mezger und Herrn Dr. E. Churchwell vom Max-Planck Institut für Radioastronomie in Bonn danke ich für wertvolle Ratschläge zu dieser Arbeit.

Allen Mitarbeitern des Astronomischen Rates in Moskau danke ich für Ihre großzügige Unterstützung, besonders Frau Professor A.G. Massevitsch und Herrn Dr. W.A. Jenalski.

Die numerischen Rechnungen wurden auf der UNIVAC 1108 der Gesellschaft für wissenschaftliche Datenverarbeitung mbH Göttingen durchgeführt. Ich danke dieser Gesellschaft für ihre Hilfe.

Lebenslauf

Am 3. Dezember 1944 wurde ich als viertes Kind des Diplom-Ingenieurs Max Krügel und seiner Ehefrau Rita, geb. Krügel, in Mocker, Oberschlesien, geboren. Von April 1951 bis April 1955 besuchte ich in Essen die Grundschule anschließend dort das Helmholtz-Gymnasium, das ich 1963 mit dem Reifezeugnis verließ. Es folgte eine halbjährige Praktikantenzeit im Allgemeinen Maschinenbau in England und ein zweijähriger Militärdienst. Ich schied als Leutnant der Reserve aus. Seit dem Sommersemester 1966 studiere ich an der Universität Göttingen Physik. Im April 1971 bestand ich die Diplom-Prüfung im Fach Astrophysik mit einer Arbeit über Sternentstehung und ich fertigte an der Sternwarte diese Dissertation unter Leitung von Prof. Dr. R. Kippenhahn an. Während meiner Studien hielt ich mich für ein Semester an der Universität Bonn auf und ein Jahr am Astronomischen Rat der Akademie der Wissenschaften in Moskau. Seit März diesen Jahres bin ich verheiratet.